АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА
ИМ. МИРЗО УЛУГБЕКА

На правах рукописи
УДК 530.12:531.51

ГИРЯНСКАЯ (МОРОЗОВА) ВИКТОРИЯ СЕРГЕЕВНА

ЭФФЕКТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ К АСТРОФИЗИКЕ КОМПАКТНЫХ ОБЪЕКТОВ

Специальности: 01.03.02 – Астрофизика, радиоастрономия
01.04.02 – Теоретическая физика

Д И С С Е Р Т А Ц И Я

на соискание ученой степени кандидата
физико–математических наук

Научный руководитель: д.ф.–м.н. Б.Ж. Ахмедов

Ташкент – 2010

Оглавление

Введение

Актуальность.

Эффекты общей теории относительности (ОТО), имея малые значения в рамках Солнечной системы, становятся очень важными при рассмотрении астрофизических процессов в окрестности гравитирующих компактных объектов, таких как нейтронные звезды (НЗ) и черные дыры (ЧД). Так как вся информация, получаемая нами об астрофизических объектах, основана на анализе электромагнитного излучения, приходящего от них, исследование влияния искривленного пространства-времени на электромагнитные поля представляет фундаментальный интерес для релятивистской астрофизики. В частности, важнейшими характеристиками вращающихся нейтронных звезд, наблюдаемых как радиопульсары, являются величина и эволюция магнитного поля, которые оказывают сильное влияние на такие наблюдаемые величины, как период вращения пульсара и изменение периода во времени.

Актуальность исследований в области релятивистской астрофизики обусловлена рядом крупных астрофизических открытий на рубеже XXI века. В частности, открытие магнитаров – нейтронных звезд, обладающих очень сильным поверхностным магнитным полем порядка 10^{14} Гс [13][1], проливает свет на природу источников мягких повторяющихся гамма-всплесков (soft gamma-ray repeaters, ИМПГ). Недавнее обнаружение в 2005 г. [14] и наблюдения квазипериодических осцилляций в спектре ИМПГ возбудили интерес ученых к исследованию процессов, происходящих в окрестности осциллиру-

[1]Нумерация ссылок во введении начинается с номера 13, так как первые 12 ссылок в списке литературы представляют собой работы соискателя.

ющих нейтронных звезд. В частности, анализ рентгеновской части спектра показал, что в нем присутствует набор осцилляционных мод с частотами в пределе от нескольких десятков до нескольких сотен Гц, что хорошо согласуется с теоретически предсказанными тороидальными модами коры магнитара. Принимая во внимание то, что механизм излучения нейтронных звезд до сих пор не является полностью изученным, исследование влияния осцилляций звезды на ее излучение представляет большой интерес для современной астрофизики. Актуальность исследования звездных систем с сильно намагниченными компактными объектами – магнитарами стала мотивом их наблюдений как во многих крупных обсерваториях, так и в Астрономическом институте АН РУз, в частности, с помощью VLF антенны, предоставленной Стэнфордским университетом. На этой антенне в настоящее время производится мониторинг возмущений D-слоя ионосферы с целью обнаружения корреляций с возможными мощными гамма вспышками от магнитаров, наблюдаемых в виде ИМПГ или АРП (аномальных рентгеновских пульсаров).

В 2006 г. были открыты частично излучающие пульсары [15, 16] – новые объекты, объяснить поведение которых самосогласованным образом пока не удалось. Такие пульсары излучают в радиодиапазоне и доступны наблюдениям в течение 5–10 дней, затем сигнал от них резко затухает (в течение 10 сек) и пульсар остается невидимым на протяжении 25–30 дней. При этом во "включенном"состоянии темп замедления пульсара приблизительно на 50% превышает темп замедления в "выключенном"состоянии. Ни одна из предложенных на сегодняшний день гипотез [17, 18] не в состоянии самосогласованно объяснить это явление. Объяснение поведения частично излучающих пульсаров является одной из самых актуальных и интересных задач астрофизики пульсаров.

Обнаружение массивных черных дыр в центрах галактик привело к возрастанию интереса к этим загадочным объектам. В настоящее время возрос интерес к изучению гравитационного поля черных дыр с нетривиальной топологией и нетривиальной временной зависимостью, то есть динамических решений уравнений Эйнштейна [19, 20]. Уже исследованные статические решения при этом должны, с физической точки зрения, представлять собой определенные стадии динамического развития черных дыр. Однако, в связи со сложностью уравнений Эйнштейна для данного случая, на данный момент существует только очень немного неоднородных нестатических решений даже для случая сферической симметрии. В связи с этим представляет интерес поиск метода, позволяющего получать различные несферические динамические решения для ЧД и предсказывать их основные характеристики.

Несмотря на то, что, как мы уже сказали, эффекты ОТО в рамках Земли и даже Солнечной системы очень малы (общерелятивистские поправки имеют порядок 10^{-6} для статической части и 10^{-10} для динамической части гравитационного поля) использование прецизионных экспериментов по квантовой интерферометрии частиц позволяет регистрировать релятивистские поправки даже в земных лабораториях. Успешно проведенные в середине XX века эксперименты с использованием нейтронного интерферометра [21, 22] наряду с астрофизическими наблюдениями открывают широкие возможности для проверки различных гравитационных моделей.

Гравитационные объекты в рамках модели мира на бранах

Идея многомерного пространства-времени впервые появилась в работе Нордстрома 1914 г. [23], предвосхитившей создание ОТО в форме скалярной теории гравитации как составной части максвелловской электродинамики в пятимерном пространстве-времени. Важным элементом этого подхода явилось качественное объяснение того факта, что дополнительные измерения, при условии их компактификации на некотором масштабе, являются ненаблюдаемыми в области малых энергий, лежащих ниже этого масштаба. По-настоящему необходимой концепция многомерности фундаментального пространства-времени стала только в рамках теории суперструн, которая, как широко признано в настоящее время, является наиболее перспективной теорией высоких энергий, объединяющей квантовую гравитацию и теорию калибровочных полей. Другой мотивацией к введению дополнительных измерений является проблема иерархии в физике высоких энергий и космологии. Эта проблема состоит в наличии огромной энергетической пустыни между масштабом электрослабого взаимодействия порядка 10^2 ГэВ и планковским масштабом квантовой гравитации порядка 10^{19} ГэВ.

Основное отличие сегодняшнего подхода к многомерности Вселенной [24, 25] заключается в том, что, несмотря на четырехмерную природу непосредственно наблюдаемого физического мира, дополнительные измерения пространства-времени могут быть макроскопическими и даже некомпактными. При этом четырехмерность нашего мира достигается посредством локализации материи в многомерном пространстве-времени на его четырехмерных подмногообразиях, называемых бранами. Возникающая при этом специфика взаимодействия позволяет проводить описание такой фундаментально многомерной модели в четырехмерных терминах. Согласно модели мира "на бранах" , только гравитационное взаимодействие способно свободно распространяться в 5-мерном пространстве, в то время как другие виды взаимодействия "заперты"в 4-мерной Вселенной. С этой точки зрения особенно важным представляется изучение влияния пятого измерения на наш мир в рамках ОТО. Важными инструментами для исследования данного влияния выступают компактные объекты, в окрестности которых эффекты ОТО особенно велики. Исследование структуры электромагнитных полей звезд в рамках модели Вселенной на бранах позволит найти корректировки для соответствующих наблюдаемых величин и открыть возможность тестирования данной модели с помощью астрономических и астрофизических наблюдений.

Метрика пространства-времени в окрестности вращающегося компактного объекта в модели Вселенной на бранах может быть записана с использованием координат u, r, θ, φ в следующем виде [26, 27]

$$
\begin{aligned}
ds^2 \;=\; & \Bigg[-(du+dr)^2 + dr^2 + \Sigma d\theta^2 + (r^2+a^2)\sin^2\theta d\varphi^2 \\
& \qquad +2a\sin^2\theta dr d\varphi + G(du - a\sin^2\theta d\varphi)^2 \Bigg] ,
\end{aligned}
$$

где $G = (2Mr - Q^*)/\Sigma$, $\Sigma = r^2 + a^2\cos^2\theta$, Q^* – бран параметр, M – масса звезды, a – параметр, связанный с угловым моментом звезды, используется система единиц $G = c = 1$, где G – гравитационная постоянная, c – скорость света. Применяя преобразование Бойера-Линдквиста $du = dt - (r^2+a^2)dr/\Delta$, $d\varphi = d\phi - adr/\Delta$, $\Delta = r^2 + a^2 - 2Mr + Q^*$ и предполагая, что параметр a мал, можно получить внешнюю метрику для медленно вращающейся нейтронной звезды на бранах в пространстве-времени с ненулевым натяжением браны в следующем виде

$$
ds^2 = -A^2dt^2 + H^2dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2 - 2(1-A^2)a\sin^2\theta dt d\phi \ .
$$

Здесь

$$
A^2(r) \equiv \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^*}{r^2}\right) = H^{-2}(r), \qquad r > R \ ,
$$

где R – радиус звезды, представляет собой точное решение типа Рейсснера-Нордстрема для внешней метрики. В работе [26] было также показано, что с энергетической точки зрения наиболее естественными являются отрицательные значения натяжения браны Q^*, которые и будут рассматриваться в данной диссертационной работе.

Используя выражение для угловой скорости увлечения инерциальных систем отсчета (угловой скорости Лензе-Тирринга) $\omega_{\rm LT} = 2Ma/r^3$ можно получить следующее выражение для метрики

$$
ds^2 = -A^2dt^2 + H^2dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2 - 2\tilde{\omega}(r)r^2\sin^2\theta dt d\phi \ ,
$$

где $\tilde{\omega}(r) = \omega_{\rm LT}(1 - Q^*/2rM)$.

Решение Керр-Тауб-НУТ

Согласно теории гравитоэлектромагнетизма, существует тесная аналогия между гравитацией и электромагнетизмом в приближениях слабых полей и медленного движения [28]. Более того, в 1963 г. Ньюманом, Унти и Тамбурино [29] была выдвинута гипотеза о существовании гравитомагнитного монополя по аналогии с магнитным монополем Дирака. Решение Керра, которое описывает аксиально-симметричное пространство-время вокруг вращающегося компактного объекта в ОТО можно обобщить путем введения дополнительного нетривиального параметра, так называемого гравитомагнитного монопольного момента или "магнитной массы". Окончательное решение описывает пространство-время локализованных стационарно аксиально - симметричных объектов и называется Керр - Тауб - НУТ (Ньюман - Унти - Тамбурино) решение вакуумных уравнений поля Эйнштейна. При этом пространство-время медленно вращающейся звезды с ненулевым НУТ параметром описывается метрикой

$$ds^2 = -N^2dt^2+N^{-2}dr^2+r^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\phi^2\right)-2\left(4N^2 l\sin^2\frac{\theta}{2}+\omega_{\rm LT}r^2\sin^2\theta\right)d\phi dt\ ,$$

где $N=(1-2M/r)^{1/2}$, которая является линейным приближением метрики Керр-Тауб-НУТ (см., к примеру, [30]) по характерному угловому моменту $a=J/M$ и гравитомагнитному монополю l. Как очевидно, при $l=0$ данная метрика сводится к внешней метрике Хартль-Торна [31]

$$ds^2 = -N^2dt^2+N^{-2}dr^2+r^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\phi^2\right)-2\omega_{\rm LT}r^2\sin^2\theta d\phi dt\ .$$

НУТ решение относится к общему классу метрик, которые допускают разделение переменных в уравнении Гамильтона-Якоби и содержат три физических параметра: гравитационная масса (гравитоэлектрический заряд), гравитомагнитная масса (НУТ заряд), а также параметр вращения. Присутствие НУТ заряда в пространстве-времени разрушает его асимптотическую структуру, что делает его в отличие от пространства-времени Керра, асимптотически неплоским. Несмотря на то, что пространство-время Керр-Тауб-НУТ не имеет сингулярности кривизны, оно обладает конической сингулярностью на своей оси симметрии, что приводит к гравитомагнитному аналогу условия квантования струн Дирака. Конические сингулярности могут быть устранены путем введения соответствующего условия периодичности на временную координату. Несмотря на эти нежелательные особенности решения Керр-Тауб-НУТ, оно по прежнему выступает в качестве привлекательного примера пространства-времени с асимптотически неплоской структурой для изучения различных астрофизических явлений в ОТО [32, 33, 34].

Заметим, что вышеприведенная метрика может быть расщеплена согласно $3+1$ формализму общей теории относительности, допуская существование наблюдателя с нулевым угловым моментом (ННУМ), компоненты 4-скорости которого записываются в виде

$$u_\alpha = \left\{-N^2, 0, 0, 0\right\} \ .$$

В дальнейшем, при определении какого-либо 3-вектора, к примеру, электрического поля, предполагается, что он был измерен в локально плоском пространстве-времени ННУМ, и ортонормальные компоненты такого вектора обозначаются шляпками над индексами.

Несмотря на отсутствие наблюдений, свидетельствующих о существовании гравитомагнитного монопольного момента, в настоящее время представляет интерес исследование электромагнитных полей и движения частиц в НУТ пространстве с целью получения нового инструмента для изучения важных общерелятивистских эффектов, которые связаны с недиагональными компонентами метрического тензора и не имеют ньютоновских аналогов. Исследование электромагнитных процессов в окрестности Керр-Тауб-НУТ компактного гравитационного объекта обусловлено тем, что эффекты ОТО в метрике Керр-Тауб-НУТ могут дать возможность экспериментального обнаружения гравитационного монопольного момента.

Цель работы. Целью данной диссертационной работы является:

– изучение структуры электромагнитных полей в вакуумном пространстве–времени вокруг медленно вращающейся намагниченной звезды с ненулевым натяжением браны;

– исследование структуры магнитосферных электромагнитных полей, движения пробных частиц и потерь энергии для случаев: а) медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны, б) медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ, в) медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды, испытывающей тороидальные осцилляции;

– объяснение явления частично излучающих пульсаров;

– проверка возможности генерации радиоизлучения невращающейся осциллирующей нейтронной звездой;

– рассмотрение эффектов квантовой интерференции (эффект Саньяка, сдвиг фазы частицы в нейтронном интерферометре) в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ;

– доказательство теоремы, характеризующей семейство точных сферически-несимметричных решений уравнений Эйнштейна для черных дыр.

Постановка задачи.

– Сформулировать уравнения Максвелла в вакууме для медленно вращающейся намагниченной компактной звезды с ненулевым натяжением браны.

– Найти приближенное аналитическое решение для вакуумного магнитного поля у поверхности медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны. Проанализировать влияние натяжения браны на вакуумные потери энергии компактной звезды. Численно проинтегрировать уравнения Максвелла для вакуумного электрического поля медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны и оценить влияние натяжения браны на электрическое поле.

– Сформулировать общерелятивистское уравнение Пуассона для магнитосферы медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды а) обладающей ненулевым гравитомагнитным зарядом, б) обладающей ненулевым натяжением браны, в) испытывающей тороидальные осцилляции. Решив полученное уравнение аналитически, найти скалярный потенциал и ускоряющую компоненту электрического поля в окрестности полярной шапки пульсара в указанных случаях.

– Найти влияние а) НУТ параметра, б) натяжения браны, в) тороидальных осцилляций на потери энергии пульсара.

– Сформулировать на основе полученных результатов гипотезу, объясняющую поведение частично излучающих пульсаров.

– Сформулировать и численно проинтегрировать уравнения движения для заряженных частиц в окрестности полярной шапки плазменной магнитосферы медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым гравитомагнитным зарядом.

– Применить понятие о линии выключения пульсара к невращающейся осциллирующей нейтронной звезде и доказать, что генерация радиоизлучения от типичной невращающейся осциллирующей нейтронной звезды невозможна.

– Рассмотреть эффекты квантовой интерференции (эффект Саньяка, нейтронная интерферометрия) в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ. Найти влияние НУТ параметра на разность фаз интерферирующих пучков в эксперименте Саньяка и на сдвиг фазы частицы в нейтронном интерферометре.

– Доказать теорему, характеризующую семейство точных сферически-несимметричных решений уравнений Эйнштейна для черных дыр.

– Проанализировать итоговые результаты исследований, сопоставить их с аналогичными результатами зарубежных авторов.

Научная новизна определяется тем, что в диссертации впервые найдено приближенное аналитическое выражение для вакуумного магнитного поля медленно вращающейся нейтронной звезды в модели мира на бранах. Показано, что НУТ параметр наряду с натяжением браны существенно усиливают потери энергии с области полярной шапки магнитосферы пульсара. Впервые показано, что для вращающегося пульсара, испытывающего тороидальные осцилляции, потеря энергии за счет осцилляций будет значительно превышать вращательные потери энергии даже в том случае, когда амплитуда скорости осцилляций мала по сравнению с линейной скоростью вращения поверхности звезды. Приведено самосогласованное объяснение явления частично излучающих пульсаров, обнаруженных в 2006 г. Впервые показано, что невращающаяся осциллирующая нейтронная звезда с типичным значением поверхностного магнитного поля не может генерировать излучение в радиодиапазоне, поскольку она не будет окружена плазмой, необходимой для генерации радиоизлучения. Найдено влияние НУТ параметра на разность фаз интерферирующих пучков в эксперименте Саньяка и на сдвиг фазы частиц в нейтронном интерферометре. Впервые доказана теорема, характеризующая большое семейство нестатических несферических решений уравнений Эйнштейна.

Научная значимость и практическая ценность состоит в том, что полученные результаты могут играть важную роль в обнаружении и исследовании монопольного гравитомагнитного заряда, существование которого теоретически предсказано в рамках ОТО, но до сих пор не обнаружено. Полученный результат может также служить для проверки модели Вселенной на бранах и определения величины бран параметра. Полученные данные по линии выключения и потерям энергии осциллирующих звезд могут быть использованы для объяснения поведения т.н. частично излучающих пульсаров – недавно обнаруженных объектов, описать которые самосогласованно пока не удалось. Недавние наблюдения квазипериодических осцилляций в спектре гигантских вспышек периодических источников мягкого гамма-излучения также указывают на большую научную значимость изучения магнитосферы осциллирующих звезд. Полученная теорема, характеризующая большое семейство известных решений уравнений Эйнштейна, позволяет генерировать новые решения посредством изменения соответствующих параметров и, таким образом, может послужить для нахождения метрик пространства-времени, имеющих новые физические свойства.

<u>На защиту выносятся следующие основные результаты</u>

1. Приближенное аналитическое решение для вакуумного магнитного поля вращающейся нейтронной звезды в модели мира на бранах. Численное решение для соответствующего электрического поля, свидетельствующее о том, что электромагнитное поле испытывает сильное влияние натяжения браны. Анализ влияния натяжения браны на вакуумные магнитодипольные энергетические потери звезды.

2. Аналитические решения для скалярного потенциала и электрического поля в окрестности поверхности полярной шапки магнитосферы медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды а) обладающей ненулевым гравитомагнитным зарядом, б) обладающей ненулевым бран параметром, в) испытывающей тороидальные осцилляции. Анализ зависимости потерь энергии пульсара от а) НУТ параметра, б) натяжения браны, в) моды и амплитуды тороидальных осцилляций. Объяснение при помощи полученных результатов поведения частично излучающих пульсаров. Численный анализ движения заряженных частиц в окрестности полярной шапки пульсара с ненулевым НУТ параметром.

3. Графическое представление линии выключения невращающейся осциллирующей нейтронной звезды с типичным значением поверхностного магнитного поля, доказывающее, что подобная звезда не может генерировать радиоизлучение.

4. Выражения для разности фазы интерферирующих пучков в эксперименте Саньяка и сдвига фазы частиц в нейтронном интерферометре в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ, свидетельствующие о значительном влиянии НУТ параметра на эффекты квантовой интерференции.

5. Теорема, характеризующая семейство точных динамических несферических решений уравнений Эйнштейна для черных дыр.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на семинарах Межуниверситетского центра астрономии и астрофизики (МЦАА, Пуна, Индия); на конференции "Наша нестабильная Вселенная"(Ереван, Армения, 2007 г.); на летней школе по космологии (Триест, Италия, 21 июля–1 августа 2008 г.); на 12й международной конференции по общей теории относительности Марселя Гроссмана (Париж, Франция, 2009 г.); на семинарах ИЯФ АН РУз; на семинарах АИ АН РУз; на II республиканской конференции молодых физиков Узбекистана (Ташкент, 2008 г.); на республиканской конференции молодых ученых (НУУз, Ташкент, 2008 г.); на семинарах при специализированном совете Д.067.02.13.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ [1]–[12]. Диссертационная работа выполнена в ИЯФ АН РУз и АИ АН РУз в период 2006–2010 гг. в рамках научных проектов ГКНТ Ф – 2.1.9, Ф – 2.2.6, ФА – Ф2 – Ф079, ФА – Ф2 – Ф061, и ФПФИ АН РУз No 1 – 10, 5 – 08, 29 – 08, а также в НУУз в рамках договора о сотрудничестве между кафедрой ядерной и теоретической физики и ИЯФ АН РУз. Соискатель был удостоен первой премии им. У. Гулямова Института ядерной физики АН РУз в 2008 г.

Личный и конкретный вклад автора. В работах, выполненных совместно с научным руководителем и соавторами, вклад автора диссертации был определяющим. Автор выполнил основные численные и аналитические расчеты, приведенные в диссертации, активно участвовал в обсуждениях постановки задач и при анализе полученных результатов. Обобщение результатов и основные выводы, приведенные в заключительном разделе диссертации, сформулированы лично автором.

Содержание работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложений и списка использованной литературы. Во **введении** обсуждается актуальность темы диссертации и дается ее краткая характеристика.

В **первой главе** исследуется структура электромагнитного поля медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в модели Вселенной на бранах. Подразумевается, что звезда представляет собой сферу, внешний слой которой состоит из сильно намагниченной идеальной жидкости с бесконечной проводимостью и вмороженным дипольным магнитным полем. Получено приближенное аналитическое решение уравнений Максвелла для внешнего магнитного поля звезды с ненулевым бран параметром у поверхности звезды. Найдено численное решение для внешнего электрического поля вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым бран параметром как функции натяжения браны. Показано, что поправки, связанные с присутствием бран параметра, являются важными и имеют непренебрежимые значения в электродинамике нейтронных звезд. В сравнении с наблюдательными данными они могут предоставить материал для обнаружения натяжения браны и, таким образом, послужить проверкой для модели Вселенной на бранах.

Во **второй главе** исследуется структура магнитосферы вокруг медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды а) обладающей ненулевым гравитомагнитным зарядом, б) обладающей ненулевым бран параметром, в) испытывающей тороидальные осцилляции. В целях упрощения вычислений плотность заряда Голдрайха-Джулиана находится для звезды с нулевым углом отклонения между осями магнитного поля, гравитомагнитного поля и вращения. Из системы уравнений Максвелла в пространстве-времени медленно вращающейся звезды выводится дифференциальное уравнение второго порядка для электростатического потенциала в окрестности полярной шапки звезды. Аналитическое решение этого уравнения содержит общерелятивистские поправки к ускоряющей компоненте электрического поля и плотности заряда вдоль открытых силовых линий звезды, обусловленные а) присутствием НУТ параметра в метрике, б) присутствием бран параметра в метрике, в) тороидальными осцилляциями звезды. Полученные выражения использованы для расчета магнитосферных потерь энергии нейтронной звезды. Получены уравнения движения пробной частицы в магнитосфере медленно вращающейся НУТ звезды. Проанализировано движение частиц в окрестности полярной шапки и показано, что НУТ параметр заметным образом влияет на условия ускорения частиц.

Понятие о линии выключения вращающихся пульсаров применено к модели осциллирующей нейтронной звезды. Показано, что магнитосфера типичной невращающейся осциллирующей нейтронной звезды не может содержать вторичной плазмы и, таким образом, не может излучать в радиодиапазоне. На основании полученных результатов сформулирована новая гипотеза, объясняющая явление частично излучающих пульсаров.

В **третьей главе** рассмотрены такие эффекты квантовой интерференции, как эффект Саньяка и смещение фазы частицы в нейтронном интерферометре, в медленно вращающемся НУТ пространстве-времени. Показано, что для эффекта Саньяка присутствие НУТ параметра становится важным, так как угловая скорость локально неподвижного наблюдателя в пространстве-времени с ненулевым НУТ параметром должна быть больше, чем в пространстве-времени Керра. Для случая нейтронной интерференции показано то, что присутствие НУТ параметра вносит дополнительный член в выражение для смещения фазы интерферирующей частицы.

В **четвертой главе** доказана теорема, характеризующая большое семейство нестатических решений уравнений поля Эйнштейна. Показано, что наиболее известные динамические решения для черных дыр являются частными случаями данного семейства. Таким образом, проведено обобщение недавней работы Салгадо [35] на нестатический случай.

В **заключении** приведены осовные результаты проведенного исследования.

Основные результаты работы.

Выведено приближенное аналитическое выражение и получены графики для радиальной зависимости магнитного поля вблизи поверхности медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны. Получено численное решение для электрического поля медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в модели мира на бранах для различных значений бран параметра. Исследовано влияние бран параметра на потери энергии пульсара. Получены выражения для плотности заряда Голдрайха-Джулиана, плотности заряда плазменной магнитосферы, скалярного потенциала и ускоряющей компоненты электрического поля в окрестности полярной шапки магнитосферы вблизи и вдали от поверхности медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды а) обладающей ненулевым гравитомагнитным зарядом, б) обладающей ненулевым бран параметром, в) испытывающей тороидальные осцилляции. Получены аналитические выражения и графики для потерь энергии пульсара, доказывающие существенную зависимость энергетических потерь от а) НУТ параметра б) натяжения браны в) тороидальных осцилляций звезды. Получено численное решение уравнений движения заряженных частиц в окрестности полярной шапки медленно вращающейся намагниченной НУТ звезды. Получен график, описывающий линию выключения осциллирующей невращающейся намагниченной нейтронной звезды, доказывающий, что осциллирующая невращающаяся нейтронная звезда с типичным значением поверхностного магнитного поля не может излучать в радиодиапазоне. Предложена новая гипотеза, объясняющая явление частично излучающих пульсаров. Выдвинуто предположение, что переход таких пульсаров во "включенное"состояние связан с генерацией осцилляций в их коре. Получены аналитические выражения для разности фаз и времен прохождения интерферирующих пучков в эксперименте Саньяка, а также аналитическое выражение для сдвига фазы частицы в нейтронном интерферометре в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ. Доказана теорема, характеризующая большое семейство нестатических решений уравнений поля Эйнштейна. Показано, что наиболее известные динамические решения для черных дыр являются частными случаями данного семейства.

В работе используется сигнатура пространства – времени $(-,+,+,+)$ и система единиц, в которой $G = 1 = c$ (Однако, в выражениях с астрофизическими применениями скорость света пишется явно). Греческие индексы принимают значения от 0 до 3, латинские – от 1 до 3; ковариантные производные обозначаются точкой с запятой, частные производные – запятой.

ГЛАВА 1. Электромагнитные поля в окрестности медленно вращающейся намагниченной компактной звезды в модели мира на бранах

1.1 Введение

Исследование магнитных и электрических полей в окрестности компактных объъектов является важной задачей по нескольким причинам. Во-первых, информация об этих объектах может быть получена только при исследовании их наблюдаемых характеристик, которые тесно связаны с внутренними и внешними электромагнитными полями звезд. Магнитное поле играет важную роль в эволюции большинства астрофизических объектов, в особенности компактных релятивистских звезд, величина магнитного поля которых достигает 10^{12}Гс. Значение магнитного поля компактных звезд является одной из основных величин, обеспечивающих их наблюдаемость, к примеру для пульсаров посредством магнитодипольного излучения. Электрическое поле в окрестности звезды также определяет потери ее энергии и, следовательно, может быть выражено через наблюдаемые характеристики пульсара, такие как период и изменение периода со временем. Вторая причина для исследования электромагнитных полей в окрестности компактных объектов заключается в том, что подобные исследования могут служить для проверки различных гравитационных моделей, так как в окрестности компактных объектов эффекты общей теории относительности особенно велики. Рассматривая различные метрики пространства-времени, можно исследовать влияние различных параметров на эволюцию и структуру внешних и внутренних электромагнитных полей звезд. Впоследствии эти модели могут быть проверены сравнением полученных теоретических результатов с данными наблюдений. Третья причина заключается во влиянии электрических и магнитных полей на различные физические явления в окрестности звезд, такие как гравитационное линзирование и движение пробных частиц.

В рамках ньютоновского приближения внешние электромагнитные поля намагниченной вращающейся сферы описаны в классической работе Дойча [36], а внутренние поля были также исследованы множеством авторов (к примеру, в работе [37]). В рамках общей теории относительности исследование структуры магнитного поля вокруг намагниченного компактного гравитационного объекта было начато в работе Гинзбурга и Озерного [38] и было продолжено множеством авторов [39]–[46], тогда как в некоторых работах [47]–[51] было проведено исследование внутренних магнитных полей релятивистских звезд для различных моделей звездного вещества. Общерелятивистское рассмотрение структуры внешних и внутренних магнитных полей звезды, включающее также численные результаты, показало, что магнитное поле заметно усиливается за счет гравитационного поля в зависимости от компактности релятивистской звезды.

Целью данной главы является исследование электрического и магнитного полей звезды в рамках популярной в последнее время модели Вселенной на бранах, описанной в работе [24] (см. также Введение). Обзор моделей Вселенной на бранах приведен в работе [25], а некоторые космологические и астрофизические приложения теорий бранмира могут быть найдены в работах [52]–[60]. В данной главе рассматривается вращающаяся сферически симметричная нейтронная звезда с ненулевым натяжением браны, обладающая сильным магнитным полем. Предполагается, что магнитное поле звезды имеет дипольную конфигурацию, а также, что его энергии недостаточно для заметного влияния на кривизну пространства-времени. Таким образом, в работе рассмотрено влияние гравитационного поля звезды на магнитное и электрическое поля без обратной связи (оценка вклада энергии электромагнитного поля в полную энергию и импульс может быть найдена, например, в [75]).

Возможность наблюдательной проверки модели Вселенной на бранах широко обсуждалась в литературе в последние несколько лет, в частности, при исследовании таких эффектов, как гравитационное линзирование, движение пробных частиц, классические тесты ОТО (прецессия перигелия, отклонение света массивным объектом, гравитационная задержка времени) в Солнечной Системе (см., к примеру, [61]). В работе [27] были получены результаты для потока энергии, спектра излучения и эффективности аккреционных дисков в окрестности различных классов черных дыр с ненулевым натяжением браны. Полный набор аналитических решений уравнений геодезических, описывающих движение массивных пробных частиц в многомерных пространствах, который может быть применен также и к модели на бранах, представлен в работе [62]. Релятивистские эффекты квантовой интерференции в пространстве-времени медленно вращающегося объекта на бранах были исследованы в работе [63]. Влияние натяжения браны на квазипериодические осцилляции в системах черных дыр, а также на некоторые оптические явления в окрестности вращающихся черных дыр было глубоко исследовано в работах [64, 65]. Связанные с натяжением браны поправки к электростатичскому потенциалу в окрестности черных дыр были исследованы в работах [66, 67], поправки к магнитному полю статических нейтронных звезд были найдены в работе [68]. Исследование движения пробных частиц в окрестности черных дыр с ненулевым натяжением браны, помещенных в асимптотически однородное магнитное поле, было проведено в работах [69, 70, 71].

Глава организована следующим образом. Параграф 1.2 посвящен поиску стационарных вакуумных решений уравнений Максвелла в пространстве-времени медленно вращающейся намагниченной компактной звезды с ненулевым натяжением браны. В параграфе 1.2.1 найдено приближенное аналитическое решение для дипольного магнитного поля в непосредственной близости к поверхности звезды. В параграфе 1.2.2 получено и решено численно дифференциальное уравнение для внешнего электрического поля такой звезды. В параграфе 1.2.3 рассмотрено влияние натяжения браны на потери энергии медленно вращающейся намагниченной звезды. Показано, что магнитное и электрическое поля, а также потери энергии звезды заметно модифицированы эффектом, связанным с натяжением браны. Параграф 1.3 посвящен выводам.

1.2 Стационарные вакуумные решения уравнений Максвелла в пространстве-времени медленно вращающейся намагниченной компактной звезды с ненулевым натяжением браны

Уравнения Максвелла, описывающие электромагнитные поля медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны (внешняя метрика которой приведена во Введении), найдены в Приложении А. Интерес представляет рассмотрение стационарных решений уравнений Максвелла, т.е. решений, для которых магнитный момент звезды не меняется со временем из-за бесконечной проводимости внутреннего вещества звезды, что является очень хорошим приближением для нейтронных звезд.

Характерное время ослабления магнитного поля нейтронной звезды дается выражением $\tau_\sigma \equiv 4\pi\sigma R^2/c^2$, где σ – электропроводность вещества звезды. Используя приближенное выражение для электропроводности звезды [72]

$$\sigma \approx 10^{26} \left(\frac{10^8 K}{T}\right)^2 \left(\frac{\rho}{10^{14}\text{г}\cdot\text{см}^{-3}}\right)^{3/4} \text{c}^{-1} \ , \tag{1.1}$$

можно получить порядок времени ослабления магнитного поля звезды $\sim 10^{10}$лет для типичных значений электропроводности $\sigma \sim 10^{23}\text{c}^{-1}$ вещества звезды.

1.2.1 Вакуумное магнитное поле медленно вращающейся намагниченной компактной звезды в модели мира на бранах

В данной главе рассмотрены решения уравнений Максвелла, представленных в Приложении A в предположении, что магнитное поле звезды является дипольным. Для упрощения задачи ищутся решения с разделяющимися переменными в виде

$$B^{\hat{r}}(r,\theta) = F(r)\cos\theta \ , \qquad B^{\hat{\theta}}(r,\theta) = G(r)\sin\theta \ , \qquad B^{\hat{\phi}}(r,\theta) = 0 \ , \tag{1.2}$$

где функции $F(r)$ и $G(r)$ содержат релятивистские поправки, связанные с кривизной пространства-времени и зависят только от r и θ за счет условий аксиальной симметрии и стационарности.

Предполагая, что внутренняя часть звезды представляет собой идеальный проводник, а снаружи звезда окружена вакуумом, можно положить в уравнениях Максвелла $J^{\hat{r}} = J^{\hat{\theta}} = J^{\hat{\phi}} = 0$ и с использованием анзаца (1.2) получить следующую систему уравнений

$$\left(r^2 F\right)_{,r} + 2HrG = 0 \ , \qquad (rAG)_{,r} + F = 0 \ . \tag{1.3}$$

Поиск внешнего решения для магнитного поля упрощается в связи с тем, что имеется точное аналитическте решение для метрических функций A и H в этой области. В частности, используя определение $N \equiv A = H^{-1} = (1 - 2M/r + Q^*/r^2)^{1/2}$, можно записать систему (1.3) в виде одного, обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка для неизвестной функции F

$$\frac{d}{dr}\left[\left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^*}{r^2}\right)\frac{d}{dr}\left(r^2 F\right)\right] - 2F = 0 \ . \tag{1.4}$$

Аналитическое решение уравнения (1.4) существует для случая, когда параметр $Q^* = 0$ [44]. Для случая $Q^* \neq 0$ поиск решения является значительно более сложным, но в непосредственной близости к поверхности возможно получить приближенное решение уравнения. Решение уравнения в близкой окрестности поверхности приведено в Приложении B и конечное выражение для функции $F(z)$, где $r = R + \delta = R(1 + z)$, $z = \delta/R$ имеет вид:

$$F(z) = (z+s)^{-\frac{b}{2}}\, e^{-a(z+s)} \Bigg\{ C_1 \left[a\,(z+s)\right]^{\frac{b}{2}}\, {}_1F_1\left(b - \frac{d}{a}, b, a(z+s)\right)$$
$$+ C_2 \left[a\,(z+s)\right]^{1-\frac{b}{2}}\, {}_1F_1\left(1 - \frac{d}{a}, 2-b, a(z+s)\right) \Bigg\} \,, \qquad (1.5)$$

где константы C_1 и C_2 должны быть определены из начальных условий и

$${}_1F_1(l,m,x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l(l+1)...(l+n-1)x^n}{m(m+1)...(m+n-1)n!} \,, \qquad (1.6)$$

$$s = \frac{\varepsilon^2 q - 2\varepsilon + 1}{2\varepsilon^2 q - 6\varepsilon + 4} \,, \qquad (1.7)$$

$$a = \frac{\varepsilon^2 q - 6\varepsilon + 6}{\varepsilon^2 q - 3\varepsilon + 2} \,, \qquad b = \frac{\varepsilon^4 q^2 - 4\varepsilon^3 q + \varepsilon^2(6+q) - 6\varepsilon + 2}{2(\varepsilon^2 q - 3\varepsilon + 2)^2} \,,$$
$$c = 0 \,, \qquad d = -\frac{\varepsilon^2 q}{\varepsilon^2 q - 3\varepsilon + 2} \,, \qquad (1.8)$$

а также $\varepsilon = M/R$ и $q = Q^*/M^2$. Решение получено в приближении $z \ll 1$.

Константы интегрирования C_1 и C_2 могут быть найдены с использованием точного решения для случая $q = 0$, которое имеет следующий вид (см., например, [44])

$$F_{exact}(r) = -\frac{3}{4M^3} \left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1 + \frac{M}{r}\right)\right] \mu \,, \qquad (1.9)$$

а используя переменную z, его можно переписать как

$$F_{exact}(z) = -\frac{3}{4M^3} \left[\ln\left(1 - \frac{2}{z+\varepsilon}\right) + \frac{2}{z+\varepsilon}\left(1 + \frac{1}{z+\varepsilon}\right)\right] \mu \,, \qquad (1.10)$$

где μ – дипольный момент.

Используя условия

$$F(z)_{q=0}|_{z=0} = F_{exact}(z)|_{z=0} \,, \qquad \frac{dF(z)}{dz}_{q=0}|_{z=0} = \frac{dF_{exact}(z)}{dz}|_{z=0} \qquad (1.11)$$

и предполагая, что $\varepsilon = 1/3$, можно численно найти константы интегрирования $C_1 \approx 0.28\mu/M^3$, $C_2 \approx -0.25\mu/M^3$.

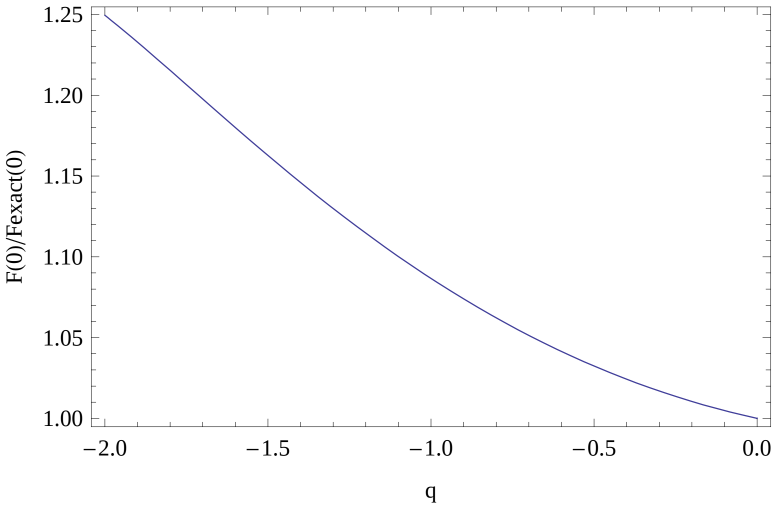

Рис. 1.1: $F(z)|_{z=0}/F_{exact}|_{z=0}$ как функция $q = Q/M^2$.

Функция $G(z)$ может быть найдена из соотношения

$$G(r) = -\frac{1}{2r}A(r)(r^2F)_{,r}\ . \tag{1.12}$$

$F(z)$ и $G(z)$ как функции q изображены на графиках 1.1 и 1.2 соответственно. Значение функций взято на поверхности звезды и нормировано на точное решение для случая $Q^* = 0$. Из рисунков видно, что значение поверхностного магнитного поля существенно меняется при наличии натяжения браны Q, в особенности значение радиальной компоненты магнитного поля. Радиальная компонента магнитного поля $B^{\hat{r}}(R,\theta)$ увеличивается с ростом $|q|$, тогда как азимутальная компонента $B^{\hat{\theta}}(R,\theta)$ уменьшается. Следует заметить, что поверхностное значение магнитного поля имеет большую важность, так как оно оказывает сильное влияние на условия генерации радиоизлучения звезды и потерии ее энергии.

1.2.2 Вакуумное электрическое поле медленно вращающейся намагниченной компактной звезды в модели мира на бранах

Поиск решения для электрического поля является несколько более сложным, чем для магнитного поля. Для упрощения задачи при нахождении электрического поля можно использовать точное решение для магнитного поля, полученное в работе [44] для случая $Q^* = 0$ и, таким образом, рассматривать

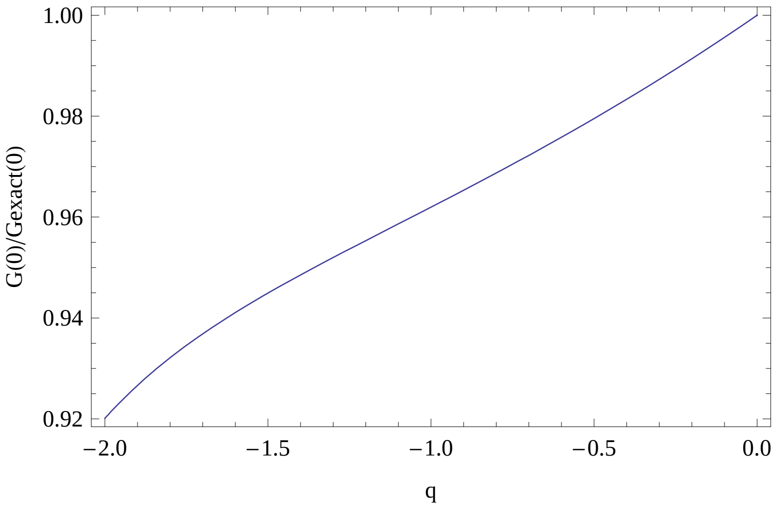

Рис. 1.2: $G(z)|_{z=0}/G_{exact}|_{z=0}$ как функция $q = Q/M^2$.

поправки только первого порядка по угловой скорости и натяжению браны. Используя точные выражения для внешнего стационарного магнитного поля намагниченной релятивистской звезды

$$B^{\hat{r}} = -\frac{3}{4M^3}\left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1 + \frac{M}{r}\right)\right](\cos\chi\cos\theta + \sin\chi\sin\theta\cos\lambda)\mu \ , \tag{1.13}$$

$$B^{\hat{\theta}} = \frac{3N}{4M^2 r}\left[\frac{r}{M}\ln N^2 + \frac{1}{N^2} + 1\right](\cos\chi\sin\theta - \sin\chi\cos\theta\cos\lambda)\mu \ , \tag{1.14}$$

$$B^{\hat{\theta}} = \frac{3N}{4M^2 r}\left[\frac{r}{M}\ln N^2 + \frac{1}{N^2} + 1\right](\sin\chi\sin\lambda)\mu \ , \tag{1.15}$$

можно получить уравнения Максвелла для электрического поля вокруг вращающейся компактной звезды с ненулевым натяжением браны в следующем виде

$$
\begin{aligned}
& A\left[(\sin\theta E^{\hat{\phi}})_{,\theta} - E^{\hat{\theta}}_{,\phi}\right] \\
& \qquad = \frac{3\bar{\omega}r}{4M^3}\mu\left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1+\frac{M}{r}\right)\right]\sin\chi\sin^2\theta\sin\lambda\ , && (1.16)\\
& E^{\hat{r}}_{,\phi} - \sin\theta(rAE^{\hat{\phi}})_{,r} \\
& \qquad = \frac{N}{A}\frac{3\bar{\omega}}{4M^2}\mu\left[\frac{r}{M}\ln N^2 + \frac{1}{N^2}+1\right]\sin\chi\sin\theta\cos\theta\sin\lambda\ , && (1.17)\\
& (rAE^{\hat{\theta}})_{,r} - E^{\hat{r}}_{,\theta} = \frac{3\tilde{\omega}}{2M^2}\left(\frac{N}{A}-1\right)\mu\left[\frac{r}{M}\ln N^2 + \frac{1}{N^2}+1\right]\sin\theta(\cos\theta\cos\chi \\
& \qquad +\sin\chi\cos\lambda\sin\theta) + \frac{N}{A}\frac{3\bar{\omega}}{4M^2}\mu\left[\frac{r}{M}\ln N^2 + \frac{1}{N^2}+1\right]\sin\chi\cos\lambda \\
& \qquad +\frac{\tilde{\omega}}{2M^3}\mu\frac{(3rM-2Q)}{(2rM-Q)}\left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1+\frac{M}{r}\right)\right]\sin\theta(\cos\theta\cos\chi \\
& \qquad +\sin\chi\cos\lambda\sin\theta)\ , && (1.18)\\
& A\sin\theta(r^2E^{\hat{r}})_{,r} + r(\sin\theta E^{\hat{\theta}})_{,\theta} + rE^{\hat{\phi}}_{,\phi} = 0\ . && (1.19)
\end{aligned}
$$

Вид внешнего электромагнитного поля вокруг вращающейся наклонной намагниченной сферы с ненулевым углом между осями вращения и магнитного поля был найден в работе [36]. Принимая во внимание эти решения, можно искать решения уравнений (1.16) в следующем виде

$$
\begin{aligned}
E^{\hat{r}} &= (f_1+f_3)\cos\chi(3\cos^2\theta-1) \\
&\qquad +(g_1+g_3)3\sin\chi\cos\lambda\sin\theta\cos\theta\ , && (1.20)\\
E^{\hat{\theta}} &= (f_2+f_4)\cos\chi\sin\theta\cos\theta + (g_2+g_4)\sin\chi\cos\lambda \\
&\qquad -(g_5+g_6)(\cos^2\theta-\sin^2\theta)\sin\chi\cos\lambda\ , && (1.21)\\
E^{\hat{\phi}} &= [g_5+g_6-(g_2+g_4)]\sin\chi\cos\theta\sin\lambda\ , && (1.22)
\end{aligned}
$$

где функции f_1–f_4, g_1–g_6 зависят только от радиальной координаты. Используя уравнения Максвелла (1.16), можно получить следующий набор дифференциальных уравнений для этих функций:

$$A(r^2 f_1)_{,r} + r f_2 = 0 \ , \tag{1.23}$$
$$(rAf_2)_{,r} + 6f_1 = 0 \ , \tag{1.24}$$
$$A(r^2 f_3)_{,r} + r f_4 = 0 \ , \tag{1.25}$$
$$(rAf_4)_{,r} + 6f_3 - \frac{3\tilde{\omega} r}{2M^3}\mu\frac{(3rM-2Q)}{(2rM-Q)}\left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1+\frac{M}{r}\right)\right]$$
$$-\frac{6\tilde{\omega}}{4M^2}\mu\left(\frac{N}{A}-1\right)\left[\frac{r}{M}\ln N^2 + \frac{1}{N^2}+1\right] = 0 \ , \tag{1.26}$$
$$A(r^2 g_1)_{,r} + 2r g_5 = 0 \ , \tag{1.27}$$
$$(rAf_5)_{,r} + 3g_1 = 0 \ , \tag{1.28}$$
$$A(r^2 g_3)_{,r} + 2r g_6 = 0 \ , \tag{1.29}$$
$$(rAg_6)_{,r} + 3g_3 - \frac{3\tilde{\omega} r}{4M^3}\mu\frac{(3rM-2Q)}{(2rM-Q)}\left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1+\frac{M}{r}\right)\right]$$
$$-\frac{6\tilde{\omega}}{8M^2}\mu\left(\frac{N}{A}-1\right)\left[\frac{r}{M}\ln N^2 + \frac{1}{N^2}+1\right] = 0 \ . \tag{1.30}$$

Комбинируя эти уравнения соответствующим образом, можно получить следующие дифференциальные уравнения второго порядка для неизвестных функций f_1 и f_3

$$\frac{d}{dr}\left[\left(1-\frac{2M}{r}+\frac{Q}{r^2}\right)\frac{d}{dr}(r^2 f_1)\right] - 6f_1 = 0 \ , \tag{1.31}$$
$$\frac{d}{dr}\left[\left(1-\frac{2M}{r}+\frac{Q}{r^2}\right)\frac{d}{dr}(r^2 f_3)\right] - 6f_3$$
$$+\frac{3\tilde{\omega} r}{2M^3}\mu\frac{(3rM-2Q)}{(2rM-Q)}\left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1+\frac{M}{r}\right)\right]$$
$$+\frac{6\tilde{\omega}}{4M^2}\mu\left(\frac{N}{A}-1\right)\left[\frac{r}{M}\ln N^2 + \frac{1}{N^2}+1\right] = 0 \ . \tag{1.32}$$

Из системы уравнений (1.23) можно заметить, что функции f и g связаны следующими соотношениями

$$g_1 = f_1 \ , \quad g_3 = f_3 \ , \quad g_5 = \frac{f_2}{2} \ , \quad g_6 = \frac{f_4}{2} \ . \tag{1.33}$$

Функции g_2 и g_4 могут быть найдены напрямую из уравнений Максвелла

(1.16), с использованием (1.20) в виде

$$g_2 = \frac{3\Omega r}{8M^3 cA}\left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1+\frac{M}{r}\right)\right]\mu \ , \tag{1.34}$$

$$g_4 = -\frac{\tilde{\omega}}{\Omega}g_2 = -\frac{3\tilde{\omega} r}{8M^3 cA}\left[\ln N^2 + \frac{2M}{r}\left(1+\frac{M}{r}\right)\right]\mu \ . \tag{1.35}$$

Численное решение обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (1.31) можно найти с помощью метода Рунге-Кутта. При этом предполагается, что решение представляет собой асимптотически ньютоновское поле квадруполя, а именно

$$E^{\hat{r}}_{Newt} = -\frac{\mu\Omega R^2}{cr^4} \ , \tag{1.36}$$

так как в пределе $r \to \infty$, Q/r^2 и M/r являются пренебрежимо малыми и не вносят никакого вклада в магнитное поле. В качестве начальных условий дифференциального уравнения берутся значения ньютоновского выражения и его производной на некотором большом радиусе. Таким образом, уравнение интегрируется снаружи внутрь к поверхности релятивистской звезды. Соответствующие графики представлены на рисунке 1.3 для различных значений $q = Q/M^2$.

Как видно из рисунка, модификации электрического поля в зависимости от q имеют величину порядка нескольких десятков процентов от значения при $q = 0$.

1.2.3 Астрофизическое приложение к модели замедляющихся нейтронных звезд

Представим намагниченную вращающуюся звезду, которую можно наблюдать посредством магнитодипольного излучения. Потери энергии звезды за счет дипольного электромагнитного излучения даются уравнением [73]–[75]

$$L_{em} = \frac{\Omega^4 R^6 B_R^2}{6c^3} \ , \tag{1.37}$$

где Ω – угловая скорость вращения звезды, а индекс R означает, что величины взяты на поверхности звезды.

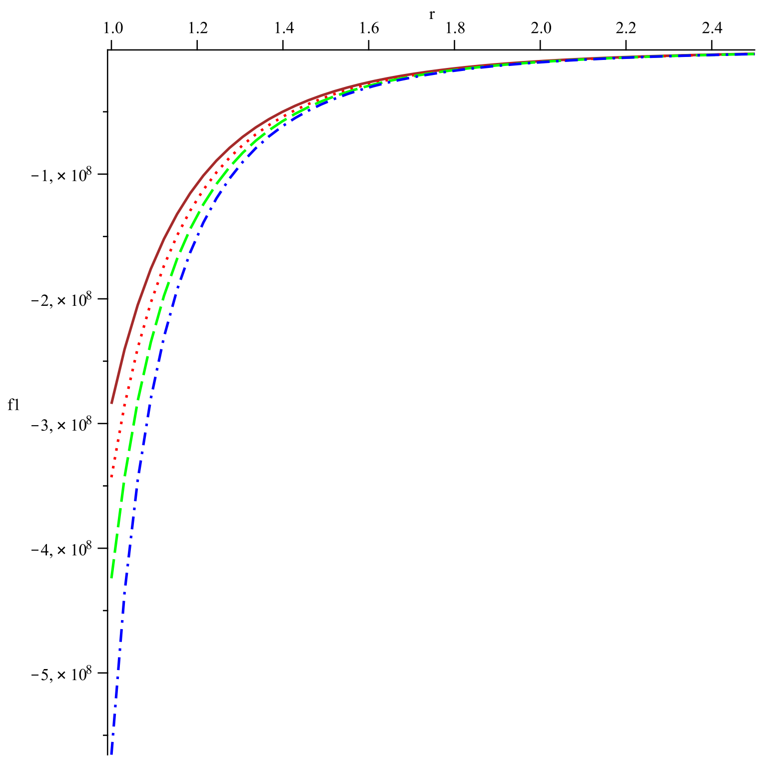

Рис. 1.3: Радиальная зависимость собственной функции электрического поля f_1 для различных значений натяжения браны (сплошная линия соответствует $q = 0$, пунктирная – $q = -1$, штриховая – $q = -2$, штрих-пунктирная – $q = -3$).

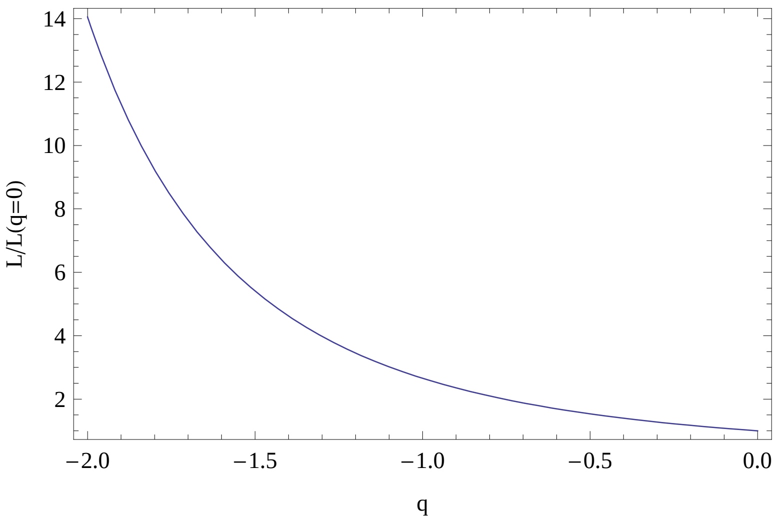

Рис. 1.4: $\frac{L_{em\ q\neq 0}}{L_{em\ q=0}}$ как функция $q = Q^*/M^2$

Рассматривая медленно вращающуюся намагниченную нейтронную звезду с ненулевым натяжением браны, можно видеть, что общерелятивистские поправки, связанные с наличием бран параметра в уравнении (1.37) будут появляться частично за счет усиления магнитного поля, а частично за счет увеличения эффективной угловой скорости вращения (эффект гравитационного красного смещения) $\Omega_{_Q} = \Omega/A_{_R}$.

Присутствие натяжения браны увеличивает потери энергии посредством дипольного электромагнитного излучения, так что

$$\frac{L_{em\ q\neq 0}}{L_{em\ q=0}} = \left(\frac{F_R}{F_{exact\ R}}\right)^2 \left(\frac{N_R}{A_R}\right)^4 \ . \tag{1.38}$$

Зависимость $\frac{L_{em\ q\neq 0}}{L_{em\ q=0}}$ от q представлена на рисунке 1.4 и может достигать значений порядка десяти в зависимости от величины бран параметра.

Принимая во внимание, что энергетические потери пульсара связаны с частотой его вращения и производной от частоты по времени соотношением

$$L_{em} = -\tilde{I}(\Omega\dot{\Omega}) \tag{1.39}$$

где $\tilde{I}$ – общерелятивистский момент инерции звезды (см, к примеру, [75])

$$\tilde{I} \equiv \int d^3\mathbf{x}\sqrt{\gamma}e^{-\Phi(r)}\rho r^2 \sin^2\theta \ , \tag{1.40}$$

$e^{-\Phi(r)} \equiv 1/\sqrt{-g_{00}}$, $\rho(r)$ – плотность энергии, γ – определитель 3-метрики, а $d^3\mathbf{x}$ – координатный элемент объема, можно получить следующее соотношение между производными по времени от периодов вращения пульсара

$$\frac{\dot{P}_{q\neq0}}{\dot{P}_{q=0}} = \frac{\tilde{I}}{\tilde{I}_q}\frac{N_R}{A_R}\left(\frac{F_R}{F_{exactR}}\right)^2 \ , \tag{1.41}$$

где

$$\tilde{I}_q \equiv \int d^3\mathbf{x}\frac{\sqrt{\gamma_q}}{A}\rho r^2 \sin^2\theta \ , \tag{1.42}$$

а γ_q – определитель 3-метрики пространства-времени медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в модели мира на бранах.

Значение момента инерции нейтронных звезд в настоящий момент не может быть точно определено из-за неопределенности внутреннего строения нейтронных звезд. Однако, для проведения грубых оценок можно взять приближенное значение момента инерции нейтронной звезды, определенное в работе [76] и равное $\tilde{I} = 0.21N_R^{-2}MR^2$. Принимая, таким образом, $\tilde{I} \sim N_R^{-2}$ и $\tilde{I}_q \sim A_R^{-2}$, можно получить из (1.43) отношение

$$\frac{\dot{P}_{q\neq0}}{\dot{P}_{q=0}} = \frac{A_R}{N_R}\left(\frac{F_R}{F_{exactR}}\right)^2 \ . \tag{1.43}$$

Выражение (1.37) может быть использовано для исследования изменения характера вращения намагниченной нейтронной звезды с первоначально дипольным магнитным полем, вмороженным в кору, вращательная энергия которой расходуется на электромагнитное излучение. Детальное исследование эффектов общей теории относительности для шварцшильдовских звезд было проведено в работе Паже и др. [50], в которой особое внимание было уделено тем релятивистским поправкам, учет которых необходим для построения правильной модели термальной эволюции звезды, а также изменений магнитного поля и вращения. Следует заметить, однако, что в своем рассмотрении Паже и др. [50] принимали во внимание релятивистское усиление магнитного поля за счет кривизны пространства-времени, но не учитывали поправки за счет гравитационного красного смещения. В результате этого общерелятивистское увеличение потерь энергии, найденное Паже, меньше найденного в работе [75], где были приняты во внимание все эффекты.

В недавних работах были получены наиболее точные пределы значений натяжения браны для черных дыр с помощью классических тестов ОТО (прецессия перигелия, отклонение света, а также задержка радиолокационных волн) [61]. Существующие наблюдательные данные в солнечной системе о прецессии перигелия Меркурия и об искривлении траектории света вокруг Солнца (полученные с помощью данных радиоинтерферометрии) были применены к релятивистскому бран пространству, и таким образом были получены верхние пределы для численного значения модуля бран параметра. Самый точный предел $|Q^*| \lesssim 10^8 \text{см}^2$ был получен из прецессии перигелия Меркурия.

Недавние измерения радиуса стабильных круговых орбит в аккреционных дисках вокруг черных дыр также могут предоставить альтернативные пределы на численные значения натяжения браны. Поскольку из астрофизических наблюдений не было обнаружено влияние бран параметра на стабильную орбиту вокруг черных дыр при значениях порядка 10^8см^2, на основе сопоставления наблюдательных данных по стабильным круговым орбитам в аккреционных дисках вокруг черных дыр и теоретического анализа стабильных круговых орбит в окрестности ЧД на бранах, в работе [67] было сделано заключение, что натяжение браны имеет верхний предел $\lesssim 10^9 \text{см}^2$. С помощью вышеприведенной формулы 1.43 можно также оценить верхний предел для значения натяжения браны. Хотя используемые для данной оценки формулы являются очень грубыми и полученный результат не претендует на высокую точность, можно сказать, что он не противоречит полученным ранее значениям для верхнего предела натяжения браны, приведенным в работах [61] и [67].

1.3 Заключение

В данной главе рассмотрены модификации электромагнитного поля вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны. Так как аналитическое решение всегда представляет больший интерес, чем численное, получено приближенное аналитическое решение для магнитного поля в непосредственной близости к поверхности звезды как решение гипергеометрического уравнения II типа. Эта область магнитосферы является очень важной, так как именно в ней происходят процессы генерации плазмы, ответственной за радиоизлучение. Получены уравнения для электрического поля медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в модели мира на бранах, которые решены численно для различных значений бран параметра. Показано, что натяжение браны оказывает непренебрежимое влияние на электромагнитное поле звезды (оно может быть порядка десятков и сотен процентов от невозмущенного значения). Полученные результаты могут быть в дальнейшем использованы для проверки модели Вселенной на бранах.

ГЛАВА 2. Эффекты общей теории относительности в магнитосфере медленно вращающихся намагниченных нейтронных звезд

2.1 Введение

Наличие сильных электромагнитных полей является одним из самых важных свойств пульсаров – вращающихся нейтронных звезд. В работе [36] было показано, что сильно намагниченная вращающаяся звезда индуцирует электрическое поле. Теоретическое исследование радиопульсаров началось с работы Голдрайха и Джулиана (1969) [79], в которой было приведено доказательство существования плазменной магнитосферы вокруг вращающейся намагниченной нейтронной звезды. При вращении намагниченной нейтронной звезды между различными областями ее поверхности создается большая разность потенциалов. Каскадная генерация электрон-позитронной плазмы, возникающая при этом, формирует плазменную магнитосферу нейтронной звезды, экранируя направленное вдоль магнитных силовых линий электрическое поле. В результате экранирования плазма начинает вращаться вместе со звездой с одной угловой скоростью (оставаясь неподвижной в совместно вращающейся системе отсчета). Такое вращение становится невозможным за пределами так называемого светового цилиндра, поверхности, на которой линейная скорость вращения плазмы совместно с звездой достигает скорости света, в результате чего формируются две существенно разные группы силовых линий: закрытые, то есть такие, которые возвращаются к поверхности звезды, и открытые, то есть пересекающие световой цилиндр и уходящие в бесконечность. Открытые силовые линии формируют на поверхности звезды так называемую полярную шапку.

Плазма может покидать нейтронную звезду, двигаясь вдоль открытых силовых линий, и, как принято считать, радиоизлучение пульсара формируется именно в области открытых силовых линий звезды внутри светового цилиндра. Исследование плазменных мод вдоль открытых силовых линий было начато в ранних работах [79], [80], [81], [82] и [83]. Последующие достижения и некоторые новые идеи освещены рядом авторов, к примеру, в работах [84], [42], [25], [85]. Несмотря на то, что самосогласованная теория магнитосферы пульсара до сих пор не развита, анализ плазменных мод магнетосферы, основанный на вышеуказанных статьях, предоставляет прочное основание для построения такой модели. Детальное описание известных на сегодняшний момент магнитосферных процессов может быть найдено в работе [86].

Продольная компонента электрического поля (параллельная магнитному полю) в окрестности полярной шапки нейтронной звезды определяется отклонением пространственного заряда от плотности заряда Голдрайха-Джулиана, которая, в свою очередь, определяется геометрией магнитного поля. Плотность заряда Голдрайха-Джулиана равна той плотности заряда, которая была бы необходима для полного экранирования продольного электрического поля в области полярной шапки магнитосферы. Как было замечено рядом авторов ([87], [88], [42], [89]), влияние общерелятивистского эффекта увлечения инерциальных систем отсчета на структуру магнитосферных электромагнитных полей вращающихся нейтронных звезд является эффектом первого порядка и требует тщательного учета при построении самосогласованной модели магнитосферы пульсара и поиске механизма радиоизлучения. Впервые в работе [88] и независимо в [87] было показано, что общерелятивистский эффект увлечения инерциальных систем отсчета является решающим при формировании продольного электрического поля и ускорении частиц в магнитосфере пульсара. В работе [43] было рассмотрено нахождение магнитосферных электромагнитных полей вокруг вращающейся намагниченной нейтронной звезды в рамках общей теории относительности. Целью данной главы является дальнейшее углубление исследования, начатого в [43] и распространение его на случай модели пространства-времени Керр-Тауб-НУТ, модели мира на бранах, а также модели тороидальных осцилляций нейтронной звезды.

Осцилляции коры нейтронных звезд, генерацию которых для немолодых объектов связывают с так называемыми глитчами[1] (звездотрясениями, сопровождаемыми выбросом звездного вещества через трещины в коре звезды и связанными с резким изменением периода вращения звезды), могут распространяться на магнитосферу, оказывая влияние на электромагнитные поля в окрестности полярной шапки пульсара. Первая попытка обобщения формализма Голдрайха-Джулиана на случай осциллирующих нейтронных звезд была проведена в работе [90], автор которой разработал формализм для нахождения плотности заряда Голдрайха-Джулиана в ближней зоне осциллирующей нейтронной звезды. С использованием данного формализма в работе [90] была найдена плотность заряда Голдрайха-Джулиана и электромагнитные потери энергии звезды для случая, когда поверхность звезды испытывает тороидальные осцилляции. Далее этот подход был применен в рамках общей теории относительности в работе [91]. Автор [91], как и в работе [90], использовал приближение слабых токов, согласно которому магнитное поле звезды определяется электрическими токами, текущими в недрах звезды и на ее поверхности, тогда как вкладом магнитосферных токов в магнитное поле пульсара можно пренебречь. В работе [91] было рассмотрено влияние осцилляций на электродинамику магнитосферы невращающейся шварцшильдовской звезды. В данной работе результаты, полученные в работе [91], используются для исследования влияния осцилляций коры звезды на электромагнитные

[1]Имеется также широкий ряд других механизмов генерации осцилляций: в двойной системе генерация осцилляций возможна за счет аккреции вещества звезды-компаньона, для молодых нейтронных звезд осцилляции генерируются за счет звездного коллапса.

потери энергии медленно вращающейся нейтронной звезды.

Глава организована следующим образом. В параграфе 2.2 формулируются общерелятивистские уравнения, описывающие электромагнитные поля в магнитосфере медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды. В параграфе 2.2.1 эти уравнения решаются для случая медленно вращающейся намагниченной НУТ звезды, в параграфе 2.2.2 – для случая медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в модели мира на бранах, а в параграфе 2.2.3 – для случая медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды, испытывающей тороидальные осцилляции. Для всех трех случаев выполнен анализ плотности зарядов Голдрайха-Джулиана, а также потерь энергии с области полярной шапки магнитосферы звезды. Как было показано рядом авторов, в особенности [97], влияние общерелятивистских эффектов на движение частиц в магнитосфере пульсара является существенным. По этой причине в параграфе 2.3 рассматриваются уравнения движения для заряженных частиц в окрестности магнитного полюса непосредственно над поверхностью медленно вращающейся НУТ звезды. В параграфе 2.4 рассмотрена возможность генерации магнитосферы в окрестности невращающейся осциллирующей нейтронной звезды. Параграф 2.5 посвящен применению полученных результатов к объяснению явления частично излучающих пульсаров. Параграф 2.6 посвящен выводам.

2.2 Магнитосферные электромагнитные поля медленно вращающихся намагниченных нейтронных звезд

Как было показано в статье [43], из системы уравнений Максвелла, предполагая, что магнитное поле нейтронной звезды стационарно в совместно вращающейся системе отсчета, можно получить следующее уравнение Пуассона для скалярного потенциала Φ в окрестности полярной шапки нейтронной звезды

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{N} \nabla \Phi \right) = -4\pi(\rho - \rho_{GJ}) \ , \tag{2.1}$$

где $\rho - \rho_{GJ}$ – эффективная пространственная плотность заряда, ответственная за генерацию неэкранируемого продольного электрического поля, ρ_{GJ} – плотность заряда Голдрайха-Джулиана, необходимая для полного экранирования продольной компоненты магнитного поля в окрестности полярной шапки.

Выражение для плотности заряда Голдрайха-Джулиана ρ_{GJ} может быть получено с использованием вектора $g_i = -g_{0i}/g_{00}$ посредством формулы

$$\rho_{GJ} = -\frac{1}{4\pi} \nabla (N\mathbf{g} \times \mathbf{B}) \ . \tag{2.2}$$

Решения уравнений Максвелла для магнитного поля нейтронной звезды было впервые представлено в работе [38] и затем воспроизведено большим числом авторов. При этом неисчезающие компоненты магнитного поля $\mathbf{B}$, измеренные ННУМ, имеют следующий вид

$$B^{\hat{r}} = B_0 \frac{f(\bar{r})}{f(1)} \bar{r}^{-3} \cos\theta \ , \quad B^{\hat{\theta}} = \frac{1}{2} B_0 N \left[-2\frac{f(\bar{r})}{f(1)} + \frac{3}{(1-\varepsilon/\bar{r}) f(1)} \right] \bar{r}^{-3} \sin\theta \ , \tag{2.3}$$

где

$$f(\bar{r}) = -3 \left(\frac{\bar{r}}{\varepsilon} \right)^3 \left[\ln\left(1 - \frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right) + \frac{\varepsilon}{\bar{r}} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2\bar{r}}\right) \right] \ , \tag{2.4}$$

$B_0 \equiv 2\mu/R^3$ – ньютоновская величина магнитного поля на полюсе звезды, $\bar{r} = r/R$ – безразмерная радиальная переменная, величины со шляпками представляют собой ортонормальные компоненты, μ – магнитный момент.

С точки зрения энергетических потерь, наиболее интересной областью магнитосферы является та, где линии магнитного поля остаются открытыми внутри светового цилиндра. Полярный угол Θ, соответствующий последней открытой магнитной силовой линии, как функция $\bar{r}$ выглядит следующим образом (см. [43])

$$\Theta \cong \sin^{-1} \left\{ \left[\bar{r} \frac{f(1)}{f(\bar{r})} \right]^{1/2} \sin\Theta_0 \right\} \ , \ \Theta_0 = \sin^{-1} \left(\frac{R}{R_{LC} f(1)} \right)^{1/2} \ . \tag{2.5}$$

Параметр Θ_0 соответствует последней открытой магнитной силовой линии на поверхности звезды, $R_{LC} = c/\Omega$ – радиус светового цилиндра. Следует заметить, что на поверхности звезды и даже на значительном расстоянии от нее угол последней открытой силовой линии остается мал.

Для релятивистской плазмы плотность заряда ρ пропорциональна магнитному полю с постоянным коэффициентом пропорциональности вдоль заданной силовой линии (см., к примеру, [43]), то есть

$$\rho = \frac{\Omega B_0}{2\pi c} \frac{1}{N\bar{r}^3} \frac{f(\bar{r})}{f(1)} A(\xi) \ , \tag{2.6}$$

где $A(\xi)$ – неизвестная функция, $\xi = \theta/\Theta$ – безразмерная угловая переменная, которую следует найти с помощью граничных условий.

Подставляя выражения (2.6) и (2.2) в уравнение (2.1) и решая его в приближении малых углов θ с использованием следующих граничных условий (условия эквипотенциальности поверхности звезды и нулевого устойчивого электрического поля при $r = R$)

$$F_i|_{z=0} = 0 \ , \ \frac{\partial F_i}{\partial z}|_{z=0} = 0 \ , \tag{2.7}$$

можно получить решения для скалярного потенциала в окрестности полярной шапки нейтронной звезды и соответствующую потенциалу компоненту электрического поля, параллельную магнитному полю, в данной области.

В данной главе исследуется скалярный потенциал, электрическое поле и потери энергии с области полярной шапки медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в трех случаях:

– звезда обладает ненулевым гравитомагнитным зарядом;

– пространство-время в окрестности звезды обладает ненулевым натяжением браны;

– звезда испытывает тороидальные осцилляции.

В дальнейших вычислениях для простоты предполагается, что угол отклонения между магнитной осью и осью вращения звезды равен нулю, а магнитное поле является дипольным, ортонормальные компоненты которого имеют вид (2.3).

2.2.1 Плазменная магнитосфера медленно вращающейся намагниченной звезды с ненулевым гравитомагнитным зарядом

В пространстве-времени медленно вращающейся звезды с ненулевым НУТ параметром (см. Введение) вектор $\mathbf{g}$ выглядит следующим образом

$$\mathbf{g} = \frac{1}{N^2}\left((\mathbf{\Omega} - \omega) \times \mathbf{r} - \frac{4lN^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{r^2 \sin^2 \theta}\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{r}\right) . \tag{2.8}$$

При получении данного уравнения принимается во внимание, что в декартовых координатах $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $x = r \sin\theta \cos\phi$, $y = r \sin\theta \sin\phi$, $z = r \cos\theta$ для вектора $\hat{\mathbf{z}} = (0, 0, 1)$ имеет место следующее соотношение

$$(\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = r^2 \sin^2 \theta d\phi \ . \tag{2.9}$$

Подставляя (2.8) в выражение (2.2) для плотности заряда Голдрайха-Джулиана ρ_{GJ}, можно получить

$$\rho_{GJ} = -\frac{1}{4\pi}\nabla\left\{\frac{1}{N}\left[1 - \frac{\kappa}{\bar{r}^3} - L\left(1 - \frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{4\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\theta}\right]\mathbf{u}\times\mathbf{B}\right\} \ , \tag{2.10}$$

где введено обозначение $L \equiv cl/\Omega R^2$, $\mathbf{u} = \mathbf{\Omega}\times\mathbf{r}$, $\kappa \equiv \varepsilon\beta$, $\varepsilon = 2M/R$ – параметр компактности и $\beta = I/I_0$ – момент инерции звезды в единицах $I_0 = MR^2$.

Производя дальнейшие алгебраические преобразования уравнения (2.10) и принимая во внимание уравнение (2.3), можно получить следующее выражение для плотности зарядов Голдрайха-Джулиана в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ

$$\rho_{GJ} = -\frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{N\bar{r}^3}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left\{1 - \frac{\kappa}{\bar{r}^3} - L\left(1 - \frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{4\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\theta}\right\} \ . \tag{2.11}$$

Рис. 2.1 представляет радиальную зависимость полученного общерелятивистского выражения для плотности заряда Голдрайха-Джулиана ρ_{GJ}, деленного на ньютоновское выражение, для нескольких значений НУТ параметра. Из рисунка видно, что даже для сравнительно малых значений НУТ параметра его влияние на плотность заряда Голдрайха-Джулиана ρ_{GJ} (2.50)

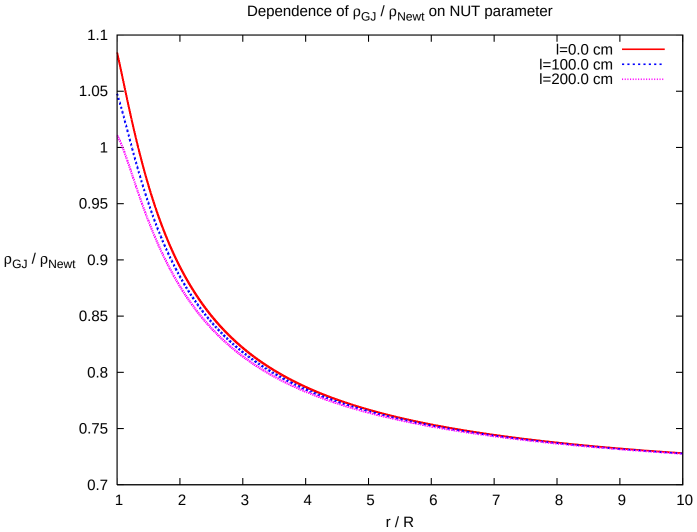

Рис. 2.1: Радиальная зависимость плотности заряда Голдрайха-Джулиана, нормированная на Ньютоновское выражение, для различных значений НУТ параметра.

является заметным. Значение плотности заряда Голдрайха-Джулиана ρ_{GJ} на поверхности звезды особенно чувствительно к значению НУТ параметра. Из рисунка также видно, что ρ_{GJ} на поверхности звезды прямо пропорционально НУТ параметру, в то время как асимптотически оно стремится к своему ньютоновскому выражению. Для вычислений были взяты типичные параметры нейтронной звезды, $R = 10$км, $M = 2$км и $T = 0.1$с.

Подставляя выражения (2.11) и (2.6) в уравнение Пуассона (2.1), в приближении малых углов θ можно получить следующее уравнение

$$R^{-2}\left\{N\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\bar{r}^2\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\right)+\frac{1}{N\bar{r}^2\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right]\right\}\Phi$$
$$= -4\pi\frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{N\bar{r}^3}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left\{1-\frac{\kappa}{\bar{r}^3}-L\left(1-\frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)\frac{1}{\bar{r}^2}+A(\xi)\right\} . \tag{2.12}$$

Дальнейшие выкладки основаны на результатах работы [43], применяемых к случаю НУТ пространства-времени. Используя безразмерную функцию $F = \bar{r}\Phi/\Phi_0$, где $\Phi_0 = \Omega B_0 R^2$ и переменные $\bar{r}$ и ξ, можно переписать уравнение (2.38) для безразмерного электростатического потенциала в следующем виде

$$\left[\frac{d^2}{d\bar{r}^2} + \Lambda^2(\bar{r})\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi\frac{\partial}{\partial\xi}\right)\right] F = -\frac{2}{\bar{r}^2\left(1-\frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left[1 - \frac{\kappa}{\bar{r}^3} - L\left(1-\frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)\frac{1}{\bar{r}^2} + A(\xi)\right] , \tag{2.13}$$

где $\Lambda(\bar{r}) = [\bar{r}\Theta(\bar{r})(1-\varepsilon/\bar{r})^{1/2}]^{-1}$.

После выполнения преобразований Фурье-Бесселя

$$F(\bar{r},\xi) = \sum_{i=1}^{\infty} F_i(\bar{r}) J_0(k_i\xi) \ , \quad F_i(\bar{r}) = \frac{2}{[J_1(k_i)]^2}\int_0^1 \xi F(\bar{r},\xi) J_0(k_i\xi) d\xi \ , \tag{2.14}$$

с использованием выражения

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{k_i J_1(k_i)} J_0(k_i\xi) = 1 \ , \tag{2.15}$$

можно получить уравнение (2.13) в форме

$$\left(\frac{d^2}{d\bar{r}^2} - \gamma_i^2(\bar{r})\right) F_i = -\frac{2}{\bar{r}^2\left(1-\frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left[\frac{2}{k_i J_1(k_i)}\left\{1 - \frac{\kappa}{\bar{r}^3} - L\left(1-\frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)\frac{1}{\bar{r}^2}\right\} + A_i\right] , \tag{2.16}$$

где $\gamma_i^2 = k_i^2\Lambda^2$, k_i – положительные нули функций J_0.

Рассматривая область, близкую к поверхности звезды, где $z = \bar{r} - 1 \ll 1$, и используя граничные условия (2.7), можно получить выражение для скалярного потенциала Φ у поверхности звезды и соответствующую данному потенциалу компоненту электрического поля $E_\parallel$, параллельную магнитному полю (см. выкладки в работе [43]), в виде

$$\Phi = \frac{36\Phi_0}{\bar{r}}\sqrt{1-\varepsilon}(\kappa - L\varepsilon)\Theta_0^3 \sum_{i=0}^{\infty}\left[\exp\left\{\frac{k_i(1-\bar{r})}{\Theta_0\sqrt{1-\varepsilon}}\right\} - 1 + \frac{k_i(\bar{r}-1)}{\Theta_0\sqrt{1-\varepsilon}}\right]\frac{J_0(k_i\xi)}{k_i^4 J_1(k_i)} , \tag{2.17}$$

$$E_\parallel = -\frac{36\Phi_0}{R}(\kappa - L\varepsilon)\Theta_0^2 \sum_{i=0}^{\infty}\left[1 - \exp\left\{\frac{k_i(1-\bar{r})}{\Theta_0\sqrt{1-\varepsilon}}\right\}\right]\frac{J_0(k_i\xi)}{k_i^3 J_1(k_i)} \ . \tag{2.18}$$

Следует отметить, что данные формулы отличаются от полученных в [43] заменой параметра κ на $(\kappa - L\varepsilon)$.

Рассматривая далее область магнитосферы НУТ звезды $\Theta_0 \ll \bar{r} - 1 \ll R_{LC}/R$, где $|d^2F_i/d\bar{r}^2| \ll \gamma_i^2(\bar{r})|F_i|$, можно видеть, что уравнение (2.16) принимает вид

$$-\gamma_i^2(\bar{r})F_i = -\frac{2}{\bar{r}^2\left(1-\frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left[\frac{2}{k_iJ_1(k_i)}\left\{1-\frac{\kappa}{\bar{r}^3}-L\left(1-\frac{\varepsilon}{\bar{r}}\right)\frac{1}{\bar{r}^2}\right\}+A_i\right] , \tag{2.19}$$

откуда сразу получается

$$F_i = \frac{2}{k_i^2}\theta^2(\bar{r})\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left[\frac{2}{k_iJ_1(k_i)}\left\{(\kappa-L\varepsilon)\left(1-\frac{1}{\bar{r}^3}-\frac{3}{\gamma_i(1)}\right)+L\left(1-\frac{1}{\bar{r}^2}\right)\right\}\right] \tag{2.20}$$

Используя данное выражение для F_i, можно получить скалярный потенциал на расстояниях, больших чем размер полярной шапки, в виде

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{\Phi_0}{\bar{r}}F = 2\Phi_0\Theta_0^2(\kappa-L\varepsilon)\left(1-\frac{1}{\bar{r}^3}\right)\sum_i\frac{2J_0(k_i\xi)}{k_i^3J_1(k_i)} \\ &= \frac{1}{2}\Phi_0\Theta_0^2(\kappa-L\varepsilon)\left(1-\frac{1}{\bar{r}^3}\right)(1-\xi^2) \\ &= \frac{1}{2}\Omega R^2B_0\Theta_0^2(\kappa-L\varepsilon)\left(1-\frac{1}{\bar{r}^3}\right)(1-\xi^2) .\end{aligned} \tag{2.21}$$

Соответствующая данному потенциалу продольная компонента $E_\parallel$ записывается как

$$E_\parallel = -\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{r}}|_{\xi=constant} = -E_{vac}\Theta_0^2\frac{3(\kappa-L\varepsilon)}{2\bar{r}^4}(1-\xi^2) , \tag{2.22}$$

где $E_{vac}\equiv(\Omega R/c)B_0$ – характерная ньютоновская величина электрического поля, генерируемая у поверхности нейтронной звезды, вращающейся в вакууме [36]. На рисунке 2.2 изображена радиальная зависимость продольной компоненты электрического поля $E_\parallel$, нормированной на E_{vac} для различных значений НУТ-параметра.

Теперь можно вычислить потери энергии с области полярной шапки вращающейся звезды с ненулевым НУТ параметром. Согласно [42], выражение для полной мощности, уносимой с поверхности звезды заряженными частицами, выглядит как

$$L_p = 2(-c\int\rho\Phi\ dS) . \tag{2.23}$$

В медленно вращающемся НУТ пространстве-времени

$$-\rho\Phi \approx \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\Omega B_0}{c}\right)^2\frac{R^2\Theta_0^2}{N\bar{r}^3}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left[(\kappa-L\varepsilon)\left(1-\kappa-L(1-\varepsilon)\right)\right](1-\xi^2) . \tag{2.24}$$

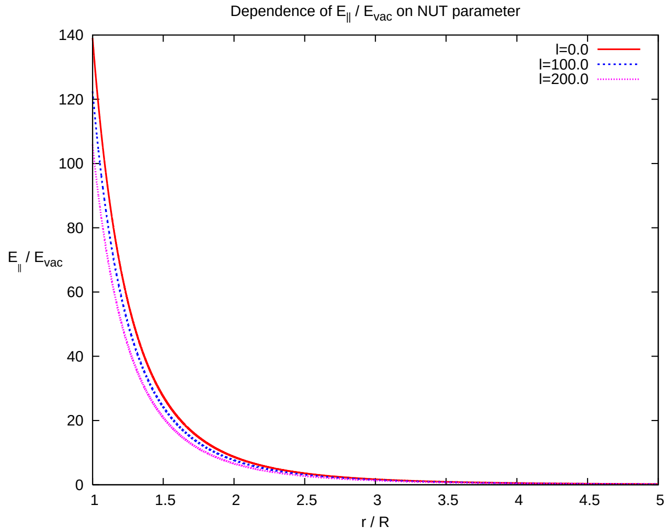

Рис. 2.2: Радиальная зависимость ускоряющей компоненты электрического поля, нормированного на вакуумное значение, для различных значений НУТ параметра.

Подставляя (2.24) в (2.23) и проводя интегрирование, можно видеть, что

$$(L_p)_{max} = \frac{3}{2}\left[(\kappa - L\varepsilon)\left(1 - \kappa - L(1-\varepsilon)\right)\right]\dot{E}_{rot}\ , \tag{2.25}$$

где

$$\dot{E}_{rot} \equiv \frac{1}{6}\frac{\Omega^4 B_0^2 R^6}{c^3 f^2(1)} = \frac{1}{f^2(1)}(\dot{E}_{rot})_{Newt} \tag{2.26}$$

и $(\dot{E}_{rot})_{Newt}$ – стандартное ньютоновское выражение для магнитодипольных потерь в приближении плоского пространства-времени.

В предельном случае, когда $l \longrightarrow 0$, можно получить следующий результат (см. также [42]):

$$(L_p)_{max\ (l=0)} = \frac{3}{2}\kappa(1-\kappa)\dot{E}_{rot}\ . \tag{2.27}$$

Отношение

$$\frac{(L_p)_{max}}{(L_p)_{max\ (l=0)}} = 1 - \frac{L(\kappa + \varepsilon - 2\kappa\varepsilon)}{\kappa(1-\kappa)} + \frac{L^2\varepsilon(1-\varepsilon)}{\kappa(1-\kappa)}\ . \tag{2.28}$$

как функция НУТ параметра, представлено на Рис. 2.3.

Принимая во внимание то, что $\kappa = \varepsilon\beta \sim \varepsilon$, можно видеть, что величина дополнительного члена, возникающего за счет НУТ параметра, определяется значением L. Для миллисекундного пульсара с $l \sim 10^2 cm$, $\Omega \sim 10 s^{-1}$ и $R \sim$

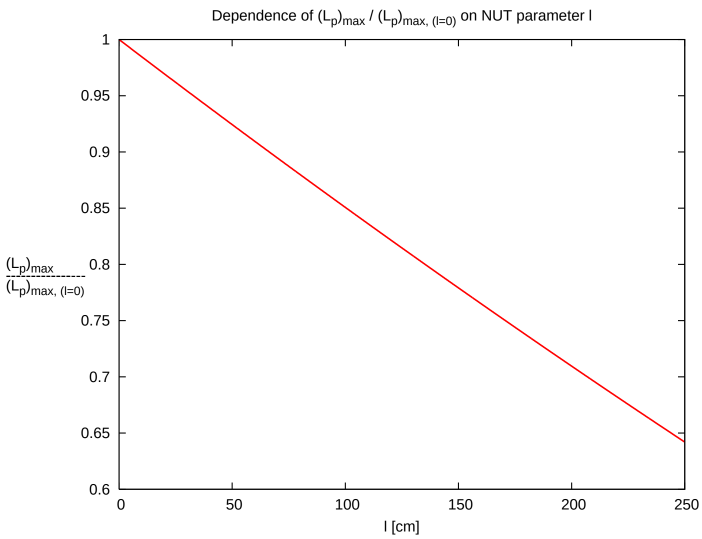

Рис. 2.3: Отношение потерь энергии с области полярной шапки пульсара к значению потерь энергии при нулевом НУТ параметре как функция НУТ параметра.

$10^6 cm$

$$L = \frac{cl}{\Omega R^2} \sim 0.1 \ . \tag{2.29}$$

Отсюда видно, что поправки к потерям энергии, связанные с ненулевым НУТ параметром, не могут быть пренебрежимыми и предоставляют важную информацию, которая может быть использована для обнаружения гравитомагнитного заряда.

Уравнение (2.25) имеет физический смысл только если $(L_p)_{max} < \dot{E}_{rot}$, то есть ускоряющая мощность полярной шапки не может, в принципе, превышать полную энергию, выделяющуюся при замедлении вращения пульсара. Используя уравнения (2.25), (2.27) и (2.28), можно видеть, что физический смысл сохраняется при

$$L^2 \lesssim \frac{2}{3\kappa(1-\kappa)} - 1 \ . \tag{2.30}$$

Используя значение $\kappa = 0.15$ [43], можно получить для величины НУТ параметра

$$l \lesssim 680 \text{ см} \ . \tag{2.31}$$

Для удобства практического применения уравнение (2.25) может быть переписано в терминах наблюдаемых характеристик пульсара, таких как период P и его производная по времени $\dot{P} \equiv dP/dt$:

$$(P\dot{P})_{max} = \frac{3}{4}\left[(\kappa - L\varepsilon)\left(1 - \kappa - L(1-\varepsilon)\right)\right]\frac{I}{\tilde{I}}\frac{1}{f^2(1)}(P\dot{P})_{Newt} \ , \qquad (2.32)$$

где принимаются во внимание выражения

$$(L_p)_{max} = -\tilde{I}(\Omega\dot{\Omega})_{max} \qquad (2.33)$$

и

$$(P\dot{P})_{Newt} \equiv \left(\frac{2\pi^2}{3c^3}\right)\frac{R^6 B_0^2}{I} \ . \qquad (2.34)$$

Период и его производная по времени очень точно измерены для большого числа пульсаров (к примеру, в работе [92] можно найти $P - \dot{P}$ диаграмму для 1403 наблюдаемых вращающихся пульсаров, см. также [93]). Таким образом, выражение (2.32) для $P\dot{P}$ может указывать на существование и давать возможность для оценки величины НУТ параметра. Основная трудность, существующая в этом направлении на сегодняшний день, заключается в неопределенности величины момента инерции нейтронных звезд. Однако в будущем, когда момент инерции нейтронных звезд будет определяться с большей точностью, станет возможным извлечение значения НУТ параметра из наблюдательных данных.

2.2.2 Плазменная магнитосфера медленно вращающейся намагниченной звезды с ненулевым натяжением браны

Рассуждения, приведенные в предыдущем параграфе, можно также провести в пространстве-времени медленно вращающейся нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны (см. Введение). Выражение для вектора $\mathbf{g}$ в этом случае будет выглядеть как

$$\mathbf{g} = \frac{1}{A^2}\left[\mathbf{\Omega} - \left(1 - \frac{Q^*}{2rM}\right)\omega\right] \times \mathbf{r} \ , \qquad (2.35)$$

а плотность заряда Голдрайха-Джулиана примет следующий вид

$$\rho_{GJ} = -\frac{1}{4\pi}\nabla\left\{\frac{1}{A}\left[1 - \left(1 - \frac{Q^*}{2\bar{r}RM}\right)\frac{\kappa}{\bar{r}^3}\right]\mathbf{u}\times\mathbf{B}\right\} \ . \qquad (2.36)$$

Принимая во внимание уравнение (2.3), можно получить следующее выражение для плотности зарядов Голдрайха-Джулиана в пространстве-времени звезды с ненулевым натяжением браны

$$\rho_{GJ} = -\frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{A\bar{r}^3}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left\{1-\left(1-\frac{Q^*}{2\bar{r}RM}\right)\frac{\kappa}{\bar{r}^3}\right\} \ . \tag{2.37}$$

Для пространства-времени медленно вращающейся нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны уравнение Пуассона (2.1) принимает следующий вид:

$$\nabla\cdot\left(\frac{1}{A}\nabla\Phi\right) = -4\pi(\rho-\rho_{GJ}) \ , \tag{2.38}$$

из которого, предполагая, что

$$\rho = \frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{A\bar{r}^3}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}C(\xi) \ , \tag{2.39}$$

где $C(\xi)$ – неизвестная функция, определяемая из граничных условий, можно получить выражения для скалярного потенциала и соответствующей ускоряющей компоненты электрического поля у поверхности полярной шапки, где $z = \bar{r}-1 \ll 1$, в виде

$$\Phi = \frac{12\Phi_0}{\bar{r}}\sqrt{1-\varepsilon+\tilde{Q}^*}\kappa\left(1-\frac{2Q^*}{3MR}\right)\Theta_0^3 \sum_{i=1}^{\infty}\left[\exp\left\{\frac{k_i(1-\bar{r})}{\Theta_0\sqrt{1-\varepsilon+\tilde{Q}^*}}\right\}-1 +\frac{k_i(\bar{r}-1)}{\Theta_0\sqrt{1-\varepsilon+\tilde{Q}^*}}\right]\frac{J_0(k_i\xi)}{k_i^4J_1(k_i)} \ , \tag{2.40}$$

$$E_\parallel = -\frac{12\Phi_0}{R}\kappa\left(1-\frac{2Q^*}{3MR}\right)\Theta_0^2 \sum_{i=1}^{\infty}\left[1-\exp\left\{\frac{k_i(1-\bar{r})}{\Theta_0\sqrt{1-\varepsilon+\tilde{Q}^*}}\right\}\right]\frac{J_0(k_i\xi)}{k_i^3J_1(k_i)} \ , \tag{2.41}$$

где $\tilde{Q}^* = Q^*/R^2$.

В области $\Theta_0 \ll \bar{r} - 1 \ll R_{LC}/R$ соответствующие выражения для скалярного потенциала и электрического поля медленно вращающейся нейтронной звезды в модели мира на бранах выглядят следующим образом

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{\Phi_0}{\bar{r}} F = 2\Phi_0\Theta_0^2\kappa \\ &\left[1 - \frac{Q^*}{2RM} - \left(1 - \frac{Q^*}{2\bar{r}RM}\right)\frac{1}{\bar{r}^3}\right]\sum_i \frac{2J_0(k_i\xi)}{k_i^3 J_1(k_i)} \\ &= \frac{\Phi_0\Theta_0^2\kappa}{2}\left[1 - \frac{Q^*}{2RM} - \left(1 - \frac{Q^*}{2\bar{r}RM}\right)\frac{1}{\bar{r}^3}\right](1-\xi^2) \\ &= \frac{\Omega R^2 B_0\Theta_0^2\kappa}{2}\left[1 - \frac{1}{\bar{r}^3} - \frac{Q^*}{2MR}\left(1 - \frac{1}{\bar{r}^4}\right)\right](1-\xi^2)\ .\end{aligned} \tag{2.42}$$

Соответствующая компонента $E_\parallel$ имеет вид

$$\begin{aligned}E_\parallel &= -\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{r}}|_{\xi=constant} = \\ &-\frac{E_{vac}\Theta_0^2\kappa}{2}\left(\frac{3}{\bar{r}^4} - \frac{2Q^*}{MR}\frac{1}{\bar{r}^5}\right)(1-\xi^2)\ .\end{aligned} \tag{2.43}$$

Выражение для потерь энергии L_p медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в модели мира на бранах, имеет вид

$$\begin{aligned}&(L_p)_{max} = \\ &\frac{3}{2}\kappa\left(1 - \frac{Q^*}{2MR}\right)\left[1 - \kappa\left(1 - \frac{Q^*}{2MR}\right)\right]\dot{E}_{rot}\ ,\end{aligned} \tag{2.44}$$

и отличается от соответствующего выражения для медленно вращающейся намагниченной звезды [42] $(L_p)_{max} = \frac{3}{2}\kappa(1-\kappa)\dot{E}_{rot}$ заменой κ на $\kappa(1 - Q^*/2MR)$.

2.2.3 Плазменная магнитосфера медленно вращающейся осциллирующей намагниченной звезды

Общее выражение для плотности заряда Голдрайха-Джулиана в котором учитывается вклад электрического поля, индуцированного произвольными осцилляциями звезды, может быть записано в виде

$$\rho_{\rm GJ} = -\frac{1}{4\pi c}\nabla\cdot\left[\frac{1}{N}(\mathbf{u}-\mathbf{w})\times\mathbf{B}+\frac{1}{N}\delta\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right]$$
$$= -\frac{1}{4\pi c}\nabla\cdot\left[\frac{1}{N}\left(1-\frac{\kappa}{\bar{r}^3}\right)\mathbf{u}\times\mathbf{B}+\frac{1}{N}\delta\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right] , \qquad (2.45)$$

где $\mathbf{u}-\mathbf{w} = (\Omega-\omega_{\rm LT})\, r\sin\theta e_{\hat{\varphi}}$, $\delta\mathbf{v}$ – скорость осцилляций.

Уравнение (2.45) можно применить к случаю тороидальных осцилляций, скорость которых имеет следующие компоненты (см., к примеру, уравнение (13.71) работы [94])

$$\delta v^{\hat{i}} = \left\{0, \frac{1}{\sin\theta}\partial_\phi Y_{l'm'}(\theta,\phi), -\partial_\theta Y_{l'm'}(\theta,\phi)\right\}\tilde{\eta}(r)e^{-i\omega t} , \qquad (2.46)$$

где ω – вещественная часть частоты осцилляций, тогда как $\tilde{\eta}$ – радиальная функция. Мультипольные индексы ℓ' и m' используются для того, чтобы отличать гармоническую зависимость возмущений скорости от гармонической зависимости, соответствующей индексам ℓ и m, электромагнитных полей. Сферические ортонормальные функции $Y_{lm}(\theta,\phi)$ являются собственными функциями оператора Лапласа в сферических координатах. Они задаются следующими выражениями

$$Y_{lm}(\theta,\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{im\phi}\Theta_{lm}(\cos\theta) , \qquad (2.47)$$

где функции $\Theta_{lm}(\cos\theta)$ удовлетворяют дифференциальному уравнению

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta_{lm}(\cos\theta)}{d\theta}\right)-\frac{m^2}{\sin^2\theta}\Theta_{lm}(\cos\theta)+l(l+1)\Theta_{lm}(\cos\theta) = 0 , \quad (2.48)$$

и могут быть записаны как

$$\Theta_{lm}(\cos\theta) = (-1)^m\sqrt{\frac{2l+1}{2}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}}P_l^m(\cos\theta) , \qquad (2.49)$$

где $P_l^m(\cos\theta)$ – полиномы Лежандра.

С помощью уравнений (2.3) для магнитного поля и (2.46) для скорости осцилляций, из (2.45) получается следующее выражение для плотности заряда Голдрайха-Джулиана

$$
\begin{aligned}
\rho_{\rm GJ} = &-\frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{N\bar{r}^3}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left(1-\frac{\kappa}{\bar{r}^3}\right) \\
&-\frac{1}{4\pi c}\frac{1}{R\bar{r}^4}B_0 e^{-i\omega t}\Bigg\{-\frac{1}{N}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\tilde{\eta}(\bar{r})\cot\theta\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}Y_{l'm'}(\theta,\phi)\right. \\
&\left.+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}Y_{l'm'}(\theta,\phi)\right] \\
&+\frac{N}{2}\left[-2\frac{f(\bar{r})}{f(1)}+\frac{3}{(1-\varepsilon/\bar{r})f(1)}\right]\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}Y_{l'm'}(\theta,\phi)\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\frac{\bar{r}}{N}\tilde{\eta}(\bar{r})\Bigg\}\,. \quad (2.50)
\end{aligned}
$$

В приближении малых углов θ можно пренебречь последним членом в фигурных скобках в правой стороне уравнения (2.50), так как он содержит θ в степени, на два порядка большей, чем остальные члены в этих скобках. Принимая во внимание (2.47) и (2.48), в пределе малых углов θ можно получить следующее выражение для плотности заряда Голдрайха-Джулиана

$$
\begin{aligned}
\rho_{\rm GJ} &= \rho_{\rm GJ,0}+\delta\rho_{\rm GJ,\ l'm'} = -\frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{N\bar{r}^3}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left(1-\frac{\kappa}{\bar{r}^3}\right) \\
&- \frac{1}{4\pi c}\frac{1}{R\bar{r}^4}\frac{B_0 e^{-i\omega t}}{\Theta^2(\bar{r})}\frac{1}{N}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\tilde{\eta}(\bar{r})l'(l'+1)Y_{l'm'}\,. \quad (2.51)
\end{aligned}
$$

где $\rho_{\rm GJ,0}$ – плотность заряда Голдрайха-Джулиана медленно вращающейся нейтронной звезды, тогда как $\delta\rho_{\rm GJ,\ l'm'}$ представляет собой поправку, связанную с осцилляциями. Можно проанализировать модификацию плотности заряда Голдрайха-Джулиана, связанную с осцилляциями звезды, для некоторых конкретных мод, к примеру, для мод с номерами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(2,0)$ и $(2,1)$. Вычисления также упростятся, если в приближении малых углов θ предположить $Y_{l'm'}(\theta,\phi)\approx A_{l'm'}(\phi)\theta^m$, где коэффициенты $A_{lm}(\phi)$ для выбранных мод имеют следующие вещественные части

$$
\begin{aligned}
A_{00}=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\,, \qquad A_{10}=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\,, \qquad A_{11}=-\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\cos\phi\,, \\
A_{20}=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,, \qquad A_{21}=-3\sqrt{\frac{5}{24\pi}}\cos\phi\,. \quad (2.52)
\end{aligned}
$$

Используя уравнение 2.51, можно найти отношение

$$\delta\rho_{\mathrm{GJ\ l'm'}}/\rho_{\mathrm{GJ},0} = \frac{K}{2\bar{r}^{2-m/2}}\Theta_0^{m-2}\left(\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\right)^{\frac{2-m}{2}}\frac{l'(l'+1)A_{l'm'}(\phi)}{\left(1-\frac{\kappa}{\bar{r}^3}\right)}\ , \tag{2.53}$$

где принято $\tilde{\eta}(\bar{r}) \approx \tilde{\eta}(1)$, то есть предполагается, что амплитуда осцилляций магнитосферы определяется амплитудой осцилляций поверхности коры, по меньшей мере на некотором небольшом расстоянии от поверхности, которое и рассматривается в данной работе. Также здесь введен малый параметр $K = \tilde{\eta}(1)/\Omega R$, связанный с амплитудой осцилляций, и взято значение $\Theta \approx \theta$. Из выражения наглядно видно, что $\delta\rho_{\mathrm{GJ\ l'm'}} = 0$ для моды $(0,0)$. На Рис. 2.4 изображено отношение $\delta\rho_{\mathrm{GJ\ l'm'}}/\rho_{\mathrm{GJ},0}$ для оставшихся четырех мод, взятое в момент времени $t = 0$. При построении этих графиков использовался следующий набор параметров нейтронной звезды: $\kappa = 0.15$, $\varepsilon = 1/3$, $K = 0.01$, $\Theta_0 = 0.008$, $\Omega = 1$рад/с[2]. Как видно из рис. 2.4, поправка к плотности заряда Голдрайха-Джулиана не просто является непренебрежимой по сравнению с $\rho_{\mathrm{GJ},0}$, но может превышать значение $\rho_{\mathrm{GJ},0}$ в несколько сотен раз, к примеру, для моды $(2,0)$. Исключение представляет мода $(1,1)$, для которой $|\delta\rho_{\mathrm{GJ\ l'm'}}| < |\rho_{\mathrm{GJ},0}|$ даже в непосредственной близости к поверхности звезды. Влияние осцилляций наиболее существенно у самой поверхности звезды, т.е. в самой интересной для исследований области магнитосферы, и уменьшается по мере удаления от поверхности.

Плотность заряда ρ может быть записана в следующем виде

$$\rho = \frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{N\bar{r}^3}\frac{f(\bar{r})}{f(1)}\left[A(\xi) + e^{-i\omega t}\tilde{a}(\xi,\phi)\right]\ , \tag{2.54}$$

где $A(\xi)$ and $\tilde{a}(\xi,\phi)$ – неизвестные функции, определяемые из граничных условий.

Решение уравнения Пуассона (2.38) в области $z = \bar{r} - 1 \ll 1$, т.е. вблизи поверхности полярной шапки медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды представлено в Приложении С.

[2]В последующем будет показано, что значения K и Θ_0 не являются независимыми и Θ_0 также зависит от l' и m'. Однако, при построении графиков на рис. 2.4 для простоты было взято типичное среднее значение для угла, соответствующего последней открытой магнитной силовой линии $\Theta_0 = 0.008$.

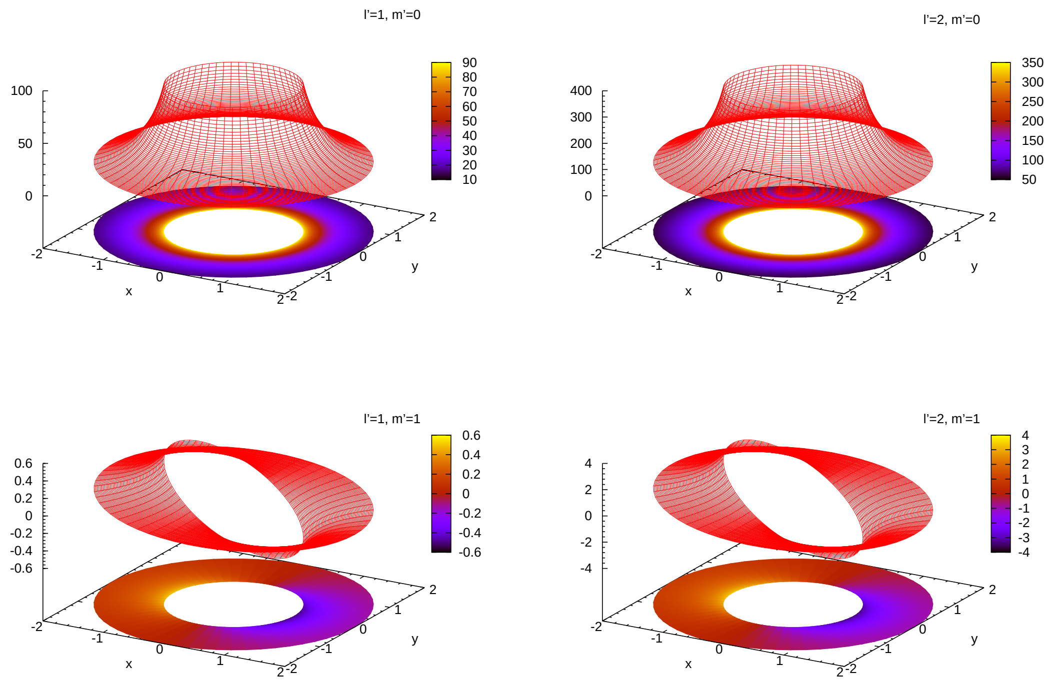

Рис. 2.4: Отношение $\delta\rho_{\mathrm{GJ,l'm'}}/\rho_{\mathrm{GJ,0}}$ для мод $(1,0)$ (слева сверху), $(1,1)$ (слева снизу), $(2,0)$ (справа сверху) и $(2,1)$ (справа снизу). Используемые типичные параметры нейтронной звезды: $\kappa = 0.15$, $\varepsilon = 1/3$, $K = 0.01$, $\Theta_0 = 0.008$, $\Omega = 1$рад/с.

Итоговое решение для скалярного потенциала в окрестности поверхности полярной шапки осциллирующей вращающейся нейтронной звезды выглядит следующим образом

$$\Phi(t,\bar{r},\xi,\phi) = \Phi_0(\bar{r},\xi) \quad + \quad e^{-i\omega t}\frac{1}{\bar{r}}\frac{B_0 R}{c}\tilde{\eta}(1)\frac{1}{\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0} - 2}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\left\{ - e^{-\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0}(\bar{r}-1)} \right.$$
$$\left. + \quad 1 - \frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0}(\bar{r}-1)\right\} Y_{lm}(\xi,\phi) \ , \qquad (2.55)$$

а соответствующее ему выражение для ускоряющей компоненты электрического поля

$$E_{\parallel} = E_0 + e^{-i\omega t}\tilde{\eta}(1)\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{l(l+1)} - 2\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\left\{ e^{-\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0}(\bar{r}-1)} - 1\right\} Y_{lm}(\xi,\phi) \ , \qquad (2.56)$$

где

$$E_0 = -\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi_0}{\partial\bar{r}} \ . \qquad (2.57)$$

В области $\Theta_0 \ll \bar{r} - 1 \ll R_{LC}/R$ имеем $|d^2F_i/d\bar{r}^2| \ll \gamma_i^2(\bar{r})|F_i|$ и уравнение для скалярного потенциала приобретает следующий вид

$$\frac{l(l+1)}{R^2 N \bar{r}^3 \Theta^2(\bar{r})} \delta F_{lm} = \frac{2\Omega B_0}{c} \frac{1}{N\bar{r}^3} \frac{f(\bar{r})}{f(1)} \tilde{a}_{lm} + \frac{1}{c} \frac{B_0}{\Theta^2(\bar{r})} \frac{1}{RN\bar{r}^4} \frac{f(\bar{r})}{f(1)} \tilde{\eta}(\bar{r}) l(l+1) \ , \quad (2.58)$$

откуда, принимая во внимание уравнения (2.5) и (C.11), можно получить

$$\delta F_{lm} = \frac{B_0 R}{c} \left[-\bar{r}\tilde{\eta}(1) + \frac{f(\bar{r})}{f(1)} \frac{\tilde{\eta}(\bar{r})}{\bar{r}} \right] \ , \quad (2.59)$$

$$\delta \Phi = \frac{B_0 R}{c} \left[-\tilde{\eta}(1) + \frac{f(\bar{r})}{f(1)} \frac{\tilde{\eta}(\bar{r})}{\bar{r}^2} \right] \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} Y_{lm}(\xi, \phi) \ , \quad (2.60)$$

и

$$\delta E_{\parallel} = -\frac{B_0}{c} \frac{d}{d\bar{r}} \left(\frac{f(\bar{r})}{f(1)} \frac{\tilde{\eta}(\bar{r})}{\bar{r}^2} \right) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} Y_{lm}(\xi, \phi) \ . \quad (2.61)$$

Представляет интерес сравнение полученной выше поправки к электрическому полю, связанной с осцилляциями, со значением ускоряющей компоненты электрического поля E_0 медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды, не испытывающей осцилляций (последнее может быть найдено, к примеру, в работе [43]). Отношение $\delta E_{\ lm}/E_0$ имеет вид

$$\frac{\delta E_{\ lm}}{E_0} = e^{-i\omega t} \frac{2}{3} \frac{\tilde{\eta}(1)}{\Omega R \kappa} \left[\frac{d}{d\bar{r}} \left(\frac{f(\bar{r})}{f(1)} \frac{1}{\bar{r}^2} \right) \right] \bar{r}^4 \Theta_0^{m-2} \frac{\xi^m}{1-\xi^2} A_{lm}(\phi) \ , \quad (2.62)$$

и графически изображено на Рис. 2.5 для используемых ранее мод. Графики построены для момента времени $t = 0$ и при их построении использовались те же параметры звезды, что и для Рис. 2.4. При построении графиков на Рис. 2.5 предполагалось, что $\xi = 1/2$, т.е. рассматривалась средняя магнитная силовая линия между центром полярной шапки и ее краем. Графики демонстрируют сильную зависимость электрического поля в окрестности полярной шапки магнитосферы пульсара от наличия осцилляций звезды. В частности, так как Θ_0 предполагается малым, отношение $\delta E_{\ lm}/E_0$ может принимать очень большие значения для мод с $m < 2$. К примеру, осцилляции с номерами мод $(l, m) = (0, 0), (2, 0)$ генерируют электрическое поле, направленное противоположно E_0, и по модулю превышающее значение E_0 на три порядка

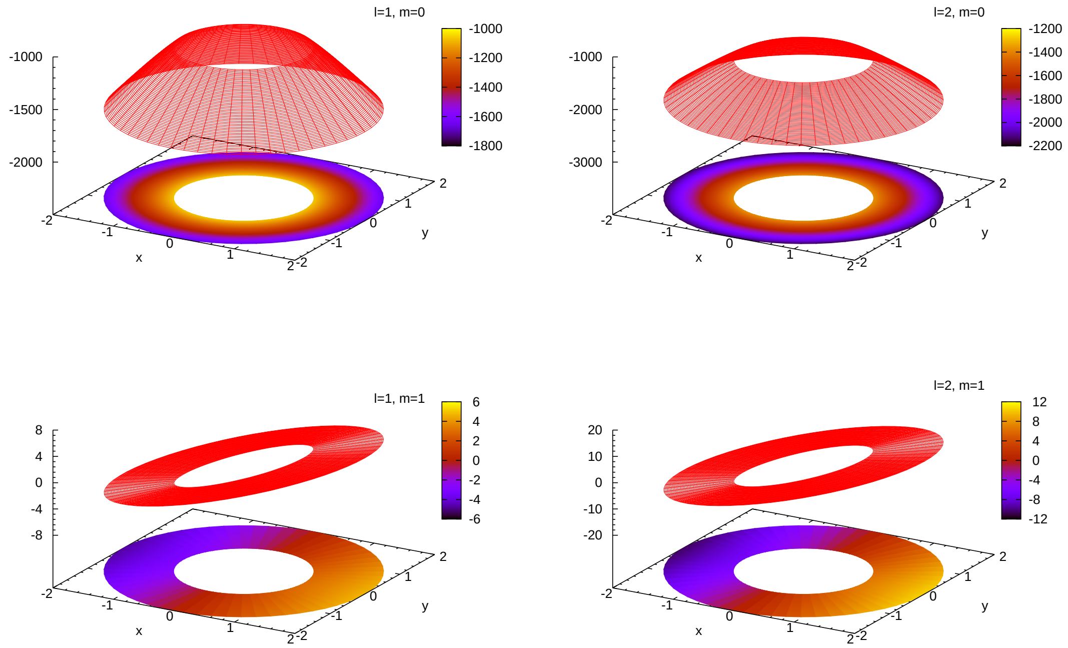

Рис. 2.5: Отношение $\delta E_{\ lm}/E_0$ для мод $(1,0)$ (слева сверху), $(1,1)$ (слева снизу), $(2,0)$ (справа сверху) и $(2,1)$ (справа снизу).

величины. В общем случае, отношение $|\delta E_{\ lm}/E_0|$ растет с расстоянием от поверхности звезды.

Исследованию влияния осцилляций на ускоряющую компоненту электрического поля пульсара была посвящена одна из недавних работ Тимохина [95], в которой, однако, рассматривался несколько более сложный случай сфероидальных осцилляций и весь диапазон углов θ. В этой работе было показано, что вклад осцилляций в ускоряющее электрическое поле может быть как положительным, так и отрицательным, и что этот вклад становится особенно большим для больших значений l (порядка нескольких сотен). Однако, в этой работе были приведены скорее оценки порядков величин, нежели точные вычисления, и, как будет показано ниже, присутствие в выражениях для потерь энергии малого параметра Θ_0 делает очень важными с астрофизической точки зрения даже моды с небольшими значениями чисел l и m.

Чтобы найти потери энергии с области полярной шапки вращающейся осциллирующей нейтронной звезды, можно использовать результаты работы [91]. Полные потери энергии с области открытых силовых линий, уносимые покидающей звезду плазмой, определяются как

$$L^{lm} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta_0} d\theta |j_{lm}^{\hat{r}}(R,\theta,\phi)\Delta\varepsilon_{lm}(\theta,\phi)| R^2 \sin\theta \ , \tag{2.63}$$

где $\Delta\varepsilon(\theta,\phi)$ – работа, совершаемая электрическим полем для того, чтобы переместить единичный заряд в точку с координатами (R,θ,ϕ)

$$\Delta\varepsilon_{lm} = R N_R^2 \int_0^{\theta} E^{\hat{\theta}}_{GJ\ lm}(R,\theta',\phi) d\theta' \ , \tag{2.64}$$

а плотность тока $j_{lm}^{\hat{r}}$ может быть хорошо аппроксимирована выражением (см. [90])

$$j_{lm}^{\hat{r}} \simeq \rho_{GJ\ lm} c \ . \tag{2.65}$$

В Приложении D приведен вывод уравнений, определяющих полярный угол последней открытой магнитной силовой линии Θ_0. Используя выражение для $\Delta\varepsilon_{lm}$, также найденное в приложении, можно получить выражение для полной потери энергии с области полярной шапки вращающейся осциллирующей нейтронной звезды в виде

$$\begin{aligned} L_{|m\neq 0} &= R^3 N_R B_0^2 \left| \left\{ \frac{\Omega^2 R}{2cN_R}(1-\kappa)^2 \frac{\Theta_0^3}{3} \right.\right. \\ &+ \frac{\Omega}{4c}\frac{1}{N_R}(1-\kappa)\tilde{\eta}(1) l(l+1) A_{lm} \frac{\Theta_0^{m+4}}{m+4} \\ &- \frac{\Omega}{2c}\frac{1}{N_R}(1-\kappa) A_{lm}\tilde{\eta}(1) \frac{\Theta_0^{m+2}}{m+2} \\ &- \left.\left. \frac{1}{2c}\frac{1}{RN_R} A_{lm}^2 \tilde{\eta}^2(1) l(l+1) \frac{\Theta_0^{2m+2}}{2m+2} \right\} \right| \end{aligned} \tag{2.66}$$

и

$$\begin{aligned} L_{|m=0} &= R^3 N_R B_0^2 \frac{\Theta_0^2}{8} \left| [\Omega R(1-\kappa) - A_{l0}\tilde{\eta}(1)] \left\{ \frac{\Omega}{cN_R}(1-\kappa) \right.\right. \\ &+ \left.\left. \frac{1}{2c}\frac{1}{N_R}\tilde{\eta}(1) l(l+1) A_{l0} \right\} \right| . \end{aligned} \tag{2.67}$$

В линейном приближении по амплитуде звездных осцилляций уравнение (2.67) может быть переписано в следующем виде

$$L_{|m=0} = \frac{R^4 B_0^2 \Omega^2}{8c}(1-\kappa)^2 \Theta_0^4 \left[1 + \frac{\tilde{\eta}(1)}{\Omega R}\frac{A_{l0}}{1-\kappa}\frac{l^2+l-2}{2}\right] . \tag{2.68}$$

Подставляя в это уравнение полученное ранее выражение (D.12) для угла последней открытой силовой линии Θ_0 (для простоты здесь использовано выражение для чистого вращения), можно получить

$$L_{|m=0} = 3(1-\kappa)^4 \frac{N_R}{f^4(1)} \left[1 + \frac{\tilde{\eta}(1)}{\Omega R}\frac{A_{l0}}{1-\kappa}\frac{l^2+l-2}{2}\right] (\dot{E}_{rot})_{Newt} , \tag{2.69}$$

где $(\dot{E}_{rot})_{Newt}$ – стандартное ньютоновское выражение для магнитодипольных потерь энергии в приближении плоского пространства-времени

$$(\dot{E}_{rot})_{Newt} = \frac{1}{6}\frac{\Omega^4 B_0^2 R^6}{c^3} . \tag{2.70}$$

Переписав уравнение (2.69) в терминах P и $\dot{P} \equiv dP/dt$, можно получить

$$(P\dot{P})_{max} = \frac{3}{2}(1-\kappa)^4 \left[1 + \frac{\tilde{\eta}(1)}{\Omega R}\frac{A_{l0}}{1-\kappa}\frac{l^2+l-2}{2}\right] \frac{I}{\tilde{I}}\frac{N_R}{f^4(1)}(P\dot{P})_{Newt} . \tag{2.71}$$

Для дальнейшего исследования полученного решения перепишем выражение (2.66) в следующем виде

$$\begin{aligned} L_{m\neq 0} = L_{rot}\Bigg\{ & 1 + K\frac{2}{1-\kappa}l(l+1)A_{lm}\frac{\Theta_0^m}{m+4} - K\frac{8}{1-\kappa}A_{lm}\frac{\Theta_0^{m-2}}{m+2} \\ & -K^2 4l(l+1)A_{lm}^2\frac{\Theta_0^{2m-2}}{2m+2}\Bigg\} , \end{aligned} \tag{2.72}$$

где L_{rot} обозначает потери энергии на вращение

$$L_{rot} = \frac{R^4 B_0^2 \Omega^2}{8c}(1-\kappa)^2 \Theta_0^4 . \tag{2.73}$$

Рассмотрим подробнее потери энергии для мод $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,0)$, $(2,1)$ и $(2,2)$, вещественные части коэффициентов которых приведены в (2.52). Видно, что выражение (2.72) содержит члены первого порядка по K, которые не присутствуют ни в случае чистого вращения, ни в случае чистых осцилляций. Можно также видеть, что для мод с $m = 1$ уравнение (2.72) содержит малый параметр Θ_0 в отрицательной степени, так что для этих мод потери энергии, связанные с осцилляциями, могут значительно превышать вращательные потери энергии даже для относительно малых значений K. Это становится очевидным из рисунка 2.2.3, на котором построен график отношения $L_{m\neq0}/L_{rot}$ как функции K для мод $(1,1)$ и $(2,1)$. При построении графиков были использованы типичные для нейтронных звезд параметры: $R = 10$км, $P = 1$с, $\varepsilon = 1/3$. Значение угла Θ_0 для построения данных графиков было найдено численно из уравнения (D.8) с помощью программы MATHEMATICA.

Соответствующее выражение для мод с $m \geq 2$ не содержит Θ_0 в отрицательной степени. Несмотря на то, что для случая $m = 2$ степень Θ_0 в третьем члене в фигурных скобках (2.72) равна нулю, вклад, вносимый этим членом в потери энергии, как было найдено численно, пренебрежимо мал. Моды с большими m практически не вносят никакого вклада в потери энергии в рассматриваемом приближении. Однако, следует помнить, что для мод с $m > 3$ может уже не быть малым и приближения, принятые здесь, не будут работать.

Наконец, вклад в потери энергии, соответствующий модам с $m = 0$ (в частности модам $(0,0)$ и $(2,0)$), представлен на рисунке 2.2.3. Для моды $(1,0)$ вклад, пропорциональный первой степени K, исчезает, как видно из (2.69). Как можно видеть из рисунка, вклад моды $(0,0)$ в потери энергии отрицателен, тогда как вклад моды $(2,0)$ положителен.

2.3 Ускорение заряженных частиц в области полярной шапки магнитосферы медленно вращающейся намагниченной звезды с ненулевым гравитомагнитным зарядом

Причина возникновения радиоизлучения в области полярной шапки звезды является одной из наиболее загадочных и до сих пор нерешенных задач в физике пульсаров. Одним из возможных вариантов является то, что ча-

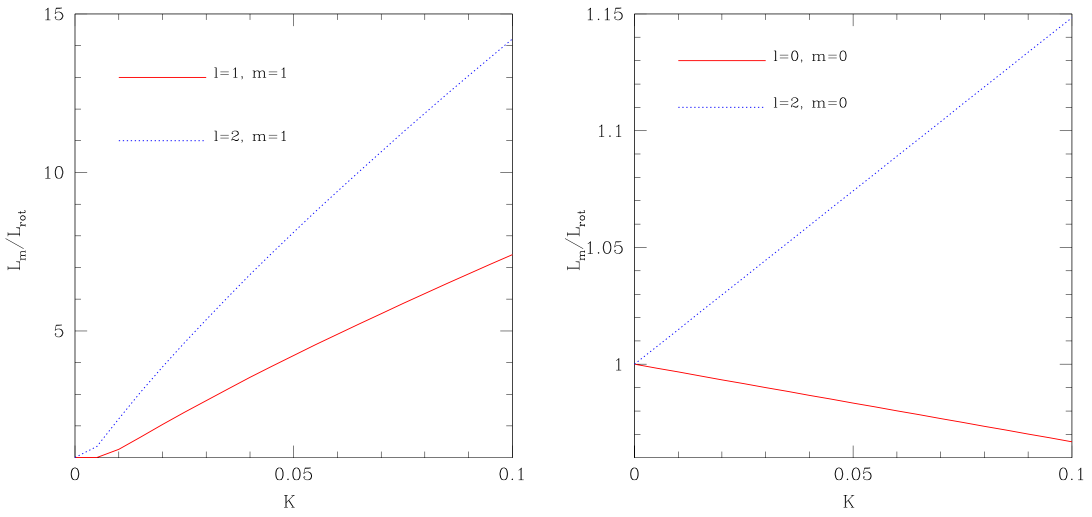

Рис. 2.6: Левая часть: отношение $L_{m\neq0}/L_{rot}$ как функция параметра $K = \tilde{\eta}(1)/\Omega R$ для мод $(1,1)$ (штриховая линия) и $(2,1)$ (точечная линия). Правая часть: отношение $L_{m\neq0}/L_{rot}$ как функция параметра $K = \tilde{\eta}(1)/\Omega R$ для мод $(0,0)$ (штриховая линия) и $(2,0)$ (точечная линия).

стицы ускоряются вдоль открытых магнитных силовых линий и испускают гамма-кванты, которые затем преобразуются в электрон-позитронные пары под действием сильного магнитного поля. Прохождение первичного пучка через получившуюся плазму является причиной генерации радиоизлучения. По этой причине интерес представляет исследование условий ускорения частиц и уравнений их движения в магнитосфере пульсаров в присутствии ненулевого НУТ параметра.

В работе [89] были исследованы плазменные моды вдоль открытых силовых линий вращающейся намагниченной нейтронной звезды в рамках общей теории относительности. В данной главе исследуются уравнения движения заряженных частиц в близкой окрестности поверхности полярной шапки нейтронной НУТ звезды.

Согласно недавней работе [96] (см. также [97]) движение заряженных частиц в окрестности полярной шапки пульсара подчиняется уравнению (момент частиц задан в единицах mc)

$$\frac{dp}{dt} = \frac{eE_\parallel}{mc} \, . \tag{2.74}$$

Для продольной компоненты электрического поля $E_\parallel$ используется выражение

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{dE_\parallel}{dz} = 4\pi(\rho - \rho_{GJ}) \qquad z \ll r_{pc} \ , \tag{2.75}$$

где r_{pc} – радиус полярной шапки звезды. Переписывая (2.75) с использованием $d/dt \equiv vd/dz$, $\bar{a} \equiv j/c\rho_{GJ}$, $\rho = j/v$ и $v = cp(1+p^2)^{-1/2}$, можно получить (аналогично полученному в работе [96])

$$\frac{dE_\parallel}{dt} = 4\pi j \left(1 - \frac{\bar{a}p}{\sqrt{1+p^2}}\right) \ , \tag{2.76}$$

где

$$\bar{a}(z) = a_0 \frac{1 - \kappa + L\varepsilon}{(1 - \kappa + L\varepsilon)(1 + z/R)^{-3}} \ . \tag{2.77}$$

Далее система уравнений для $p(z)$ решается графически. Рис.2.7 изображает $p(z)$ для нескольких значений $L\varepsilon$, в случае когда $\kappa = 0.15$ [43] и $a_0 = 0.999$. Из рисунка видно, что НУТ параметр сильно влияет на период осцилляций. Из рис. 2.8 и рис. 2.9 можно видеть, что при $\kappa - L\varepsilon \sim 1$ осцилляции имеют место даже для больших a_0. Для очень близких к 1 значений $\kappa - L\varepsilon$, график практически перестает зависеть от a_0. Для старых нейтронных звезд с почти нулевым угловым моментом, эффекты, связанные с НУТ параметром, могут оставаться единственным механизмом генерации радиоизлучения.

2.4 Формирование плазменной магнитосферы в окрестности невращающейся осциллирующей намагниченной нейтронной звезды

Модель, описывающая формирование магнитосферы вокруг сильно намагниченной вращающейся нейтронной звезды, была впервые предложена в работе [79]. Авторы данной работы выдвинули предположение, что вращающаяся намагниченная нейтронная звезда не может быть окружена вакуумом. Электрическое поле, генерируемое на поверхности звезды благодаря

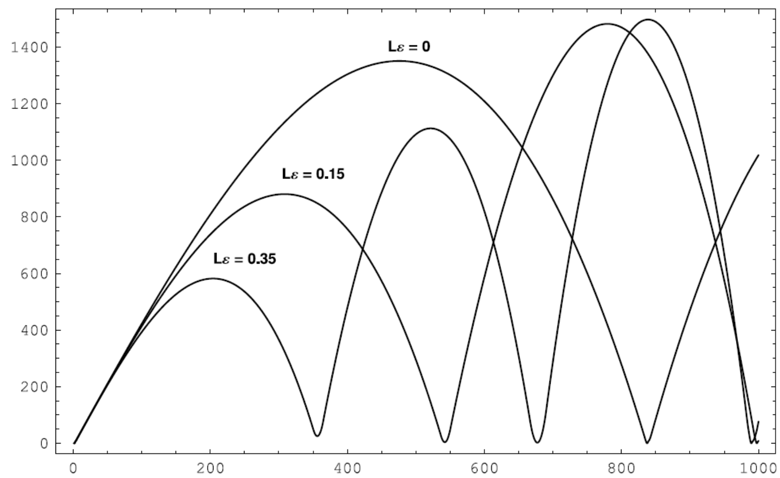

Рис. 2.7: Зависимость импульса заряженной частицы, вырываемой с области полярной шапки электрическим полем $E_{\|}$, от высоты над поверхностью для различных значений НУТ параметра. Используемые параметры пульсара : $B = 3{\times}10^{12}$Гс, $P = 1$с, $k = 0.15$, $a_0 = 0.999$, предполагается, что магнитная ось и ось вращения параллельны. Рассматриваемая область $z < 100$м лежит в пределах радиуса полярной шапки.

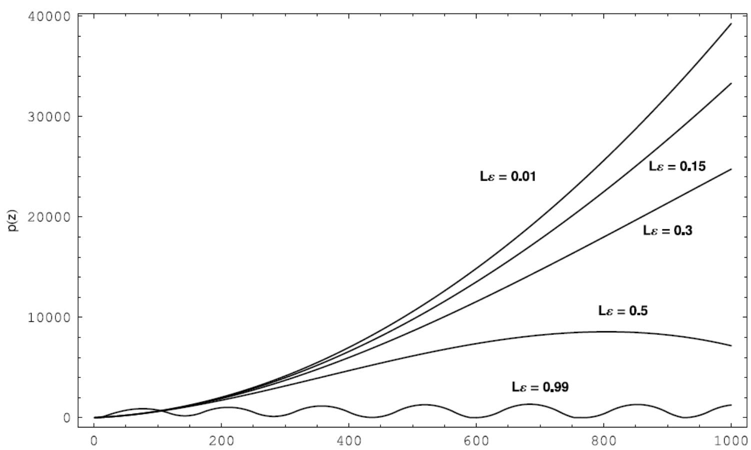

Рис. 2.8: Зависимость импульса заряженной частицы, вырываемой с области полярной шапки электрическим полем $E_{\|}$, от высоты при $a_0 = 1.1$, $k = 0$ и различных значениях НУТ параметра.

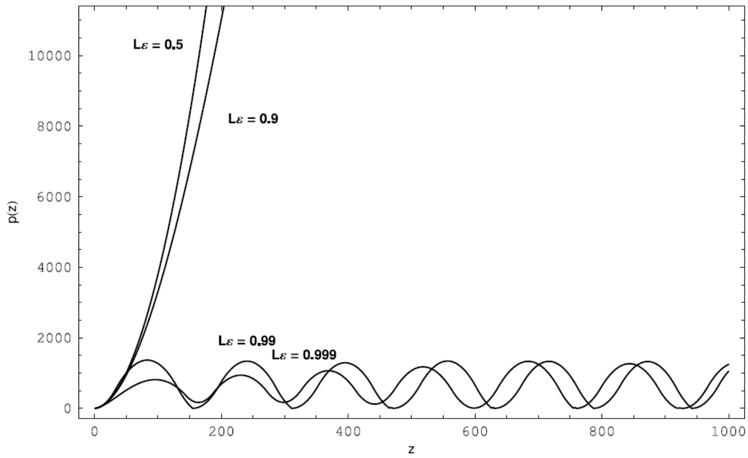

Рис. 2.9: Зависимость импульса заряженной частицы, вырываемой с области полярной шапки электрическим полем $E_{\|}$, от высоты при $a_0 = 2$, $k = 0$ и различных значениях НУТ параметра. Если НУТ параметр $L\varepsilon$ очень близок к единице, осцилляции имеют место независимо от значения a_0.

вращению, вырывает заряженные частицы с поверхности звезды и ускоряет их вдоль открытых магнитных силовых линий. Ускоренные частицы испускают гамма лучи за счет кривизны магнитных силовых линий. Испущенные гамма-кванты далее производят электрон-позитронные пары, которые в свою очередь ускоряются и снова испускают кванты. Таким образом поддерживается каскадное образование электронов, позитронов и гамма квантов у поверхности полярной шапки нейтронной звезды, что приводит к формированию плазменной магнитосферы вокруг звезды.

В то же время существуют определенные условия, ограничивающие значения периода вращения пульсара P и величины магнитного поля B, при которых формирование магнитосферы может быть реализовано. Линия выключения пульсара представляет собой график на $P - \dot{P}$ (либо $P - B$, либо $P - \Phi$) плоскости, ограничивающий область, в которой пульсар может поддерживать радиоизлучение в магнитосфере (здесь Φ – потенциал ускоряющего поля, $\dot{P}$ означает производную от периода по времени). Суть линии выключения заключается в том, что при определенных значениях периода и поверхностного магнитного поля звезды в магнитосфере не может быть произведено достаточное количество вторичной плазмы, которая отвечает за радиоизлучение. В этом случае либо потенциал не в состоянии достаточно ускорить первичные частицы вдоль магнитных силовых линий для образования гамма квантов с высокой энергией, либо компонента магнитного поля, перпендикулярная к направлению распространения гамма квантов, мала для генерации электрон-позитронных пар. Механизм образования пар и генерации радиоизлучения пульсара подробно описан в работах [98], [99], [82], [100].

С момента появления в 1975 г. в работе [82] понятие о линии выключения было рассмотрено множеством авторов (см. например [83], [101], [102]). Численный подход к нахождению линии выключения для случая вращающейся нейтронной звезды с дипольным магнитным полем представлен в работе [103]. До настоящего момента понятие о линии выключения хорошо себя оправдывало, все известные к настоящему времени радио пульсары находятся в той области $P-\dot{P}$ плоскости, в которой, согласно теории, пульсар может излучать (см. [104], [105]).

Изучение линии выключения может дать более глубокое понимание механизмов радиоизлучения нейтронных звезд. Линия выключения может также служить инструментом для проверки различных моделей магнитосферы пульсаров. Работы [105], [106] посвящены изучению модельной зависимости линии выключения. В этих работах рассмотрены и приведены в сравнение две различные модели ускорения первичных частиц.

В данном параграфе исследуется применение формализма построения линии выключения к невращающимся осциллирующим нейтронным звездам, используя подход, разработанный в статье [107]. Целью данного параграфа является демонстрация того, что, в рамках нынешних представлений о линии выключения пульсаров, невращающаяся осциллирующая нейтронная звезда с типичными параметрами не сможет производить достаточное количество вторичной плазмы в области открытых силовых линий для генерации радио излучения. Вместе с тем осциллирующая звезда может обладать плазменной магнитосферой, сформированной на более ранних стадиях эволюции звезды, когда звезда еще вращалась. Согласно работе [108], энергия связи частиц на поверхности звезды мала и не в состоянии удержать частицы от вырывания под действием радиального вакуумного электрического поля звезды. Однако теория излучения пульсара говорит, что для генерации радио излучения необходимо непрерывное поддержание процесса формирования вторичной плазмы в окрестности полярной шапки нейтронной звезды, а данное условие не выполняется на рассматриваемом этапе эволюции звезды.

Как было показано в ряде работ (см. [82], [104], [99]), генерация вторичной плазмы в области открытых магнитных силовых линий пульсара может быть реализована в том случае, если потенциал, ускоряющий первичные частицы, достаточно велик (для инверсного комптоновского рассеяния термальных фотонов Лоренц-фактор первичных частиц должен достигать величины $\gamma > mc^2/2kT$, где mc^2 – масса покоя частицы, T – температура пучка, c – скорость света), а перпендикулярная к распространению γ–кванта компонента магнитного поля имеет значение

$$B_{\perp} = B_c \frac{0.2mc^2}{\hbar\omega} \ . \tag{2.78}$$

Здесь $\hbar\omega$ – энергия фотона, испущенного первичной частицей, а $B_c \equiv m^2c^3/e\hbar = 4.414 \times 10^{13}$Гс – составленная из фундаментальных констант естественная единица измерения магнитного поля. Условия для генерации пар наилучшим образом выполняются при $\bar{r}_0 = 1.5\bar{r}$, где $\bar{r}$ – расстояние от центра звезды до точки, где гамма квант был испущен (в радиусах звезды), а $\bar{r}_0$ – расстояние от центра звезды до точки, где гамма квант произвел пару электрон-позитрон. Ниже этого условия угол между магнитным полем и распространением γ-кванта еще мал, выше этого условия мало значение магнитного поля. С использованием данного условия в работе [107] было получено выражение для линии выключения пульсара в следующем виде

$$\frac{10^{15}(1.5\bar{r})^3 P^{1/2}}{B_{12}\gamma mc^2} = \frac{\bar{r}}{2} R \ , \tag{2.79}$$

где B_{12} – значение магнитного поля пульсара, нормированное на 10^{12}Гс.

Ускоряющая (параллельная магнитным силовым линиям) компонента электрического поля в области открытых силовых линий пульсара $E \sim \Omega RB/c$, в то время как соответствующий потенциал $\Phi \sim \Omega BR^2/c$ (Ω – скорость вращения пульсара).

Рассмотрим теперь невращающуюся нейтронную звезду, осциллирующую с частотой ω. Осцилляции звезды предполагаются тороидальными, т. е. компоненты скорости осцилляций в сферических координатах (r, θ, ϕ) определяются выражением (2.46).

Осцилляции звезды генерируют электрическое поле, которое по аналогии с ускоряющим электрическим полем вращающегося пульсара может быть записано как

$$E_{osc} \sim \frac{\omega\tilde{\eta}(1)}{c} B = \frac{\omega R}{c}\left(\frac{\tilde{\eta}(1)}{R}\right) B = \frac{\omega_{\text{eff}} R}{c} B \ . \tag{2.80}$$

Эффективная частота пульсаций звезды – $\omega_{\text{eff}} \sim \tilde{\eta}(1)\omega/R$.

Физические процессы, происходящие в магнитосфере осциллирующих нейтронных звезд, подробно изучены в работе [90]. В частности, в данной работе рассматривается важный вопрос о формировании области открытых магнитных силовых линий в магнитосфере осциллирующей звезды. В работе показано, что для каждой моды осцилляций угол, соответствующий крайней открытой силовой линии (на поверхности пульсара), Θ_0 должен определяться самосогласованно с использованием выражения для альвеновской поверхности. Найдено, что для осцилляционных мод с $m < 3$ угол Θ_0 мал и выражение для плотности заряда Голдрайха-Джулиана в приближении малых углов θ может быть записано как

$$\rho_{GJ} \sim \frac{B\eta}{Rc} \cdot \theta^m \ . \tag{2.81}$$

Ускоряющий скалярный потенциал над поверхностью пульсара, который может быть найден с использованием уравнения Пуассона (2.1), пропорционален Θ_0^2 для вращающейся нейтронной звезды. Для случая осциллирующей намагниченной нейтронной звезды скалярный потенциал $\Phi \sim \Theta_0^{m+2}$. Следовательно, для осцилляционных мод с $m < 3$ ускоряющий скалярный потенциал звезды содержит дополнительный малый параметр.

Принимая во внимание тот факт, что амплитуда осцилляций $\tilde{\eta}(1)$ приблизительно в 10^3 раз меньше радиуса звезды R, и предполагая $\Theta_0 \sim 10^{-2}$, можно найти, что для мод с $m < 3$ потенциал, ускоряющий первичные частицы, будет в $10^3 \times 10^{(2m)}$ раз меньше по сравнению с потенциалом в случае вращающейся нейтронной звезды. В результате такой потенциал будет недостаточен для ускорения первичных частиц до необходимого Лоренц-фактора для генерации квантов, способных образовать пары.

Рисунок 2.10 иллюстрирует ситуацию. Пунктирная линия представляет собой линию выключения для вращающегося радиопульсара, взятую из работы [107]. Сплошная линия представляет линию выключения для невращающейся осциллирующей звезды. Данная линия построена для реальных (не эффективных) значений периода осцилляций, которые приблизительно в 1000 раз меньше эффективных значений. Из приведенного рисунка можно видеть, что радиоизлучение от невращающейся звезды может наблюдаться только для очень больших частот осцилляций. Типичные невращающиеся осциллирующие звезды с частотами $\omega_{\rm osc} < 0.5$ кГц и поверхностным магнитным полем $B \sim 10^{12}$ Гс лежат за пределами разрешенной для радиоизлучения области. Это означает, что в области открытых силовых магнитных линий невращающихся осциллирующих нейтронных звезд с типичными параметрами не может образовываться достаточное для излучения количество вторичной плазмы. Из этого можно заключить, что для осциллирующих звезд вакуумная электродинамическая модель ([109], [110], [75]) может быть более пригодна, чем модель плазменной магнитосферы ([90]).

2.5 Применение полученных результатов к объяснению частично излучающих пульсаров

В своих недавних работах Крамер [15] и Лайн [16] докладывали, что один из известных пульсаров, PSR B1931+24, с периодом вращения 813мс и от-

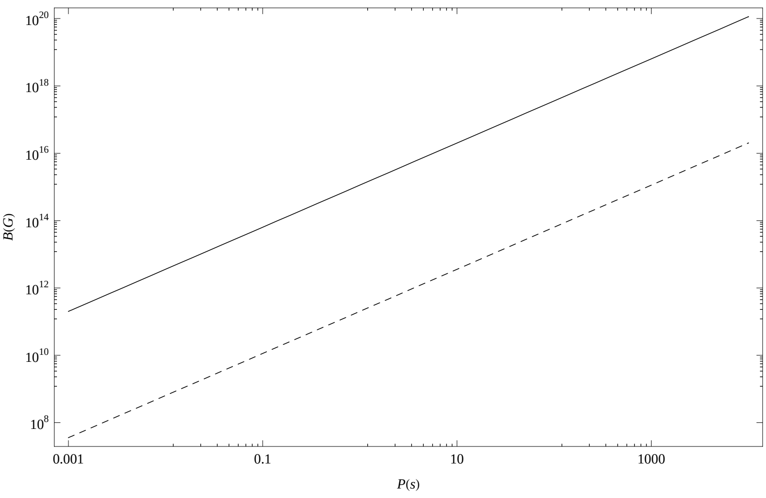

Рис. 2.10: Линии выключения для вращающегося радиопульсара (пунктирная) и для невращающейся осциллирующей нейтронной звезды (область, лежащая ниже прямой, является запрещенной для радиоизлучения).

носительно небольшой удаленностью ~ 4.6кпс при длительном наблюдении обнаруживает квазипериодическое переменное поведение с длительным периодом. Этот пульсар отличается от остальных тем, что он имеет состояние "включения" , которое длится на протяжении $5-10$ дней. Затем радиоизлучение от этого пульсара затухает в течение 10 сек и пульсар находится в "выключенном"состоянии следующие $25-35$ дней. Что еще более интересно, темп замедления пульсара различается во "включенном" и "выключенном"состояниях, а соответствующие параметры равны $\dot{\nu}_{\rm OFF} = -10.8(2) \times 10^{-15}$ Гц с$^{-1}$ и $\dot{\nu}_{\rm ON} = -16.3(4) \times 10^{-15}$ Гц с$^{-1}$. Эти величины указывают на то, что темп замедления пульсара во "включенном"состоянии увеличивается на 50% по сравнению с состоянием "выключения" . Дальнейшие поиски подобных объектов показали, что существует еще по меньшей мере четыре пульсара, имеющие схожее поведение с PSR B1931+24 (Лайн 2009). К примеру, для пульсара PSR J1832+0031 период "включения"длится ~ 300дней, а период "выключения" ~ 700дней. Понимание физической природы таких частично излучающих пульсаров и связь их с обыкновенными радиопульсарами представляет собой огромный интерес, так как проливает свет на сам механизм генерации радиоизлучения пульсаров.

Большой интерес представляет задача по интерпретации причин, заставляющих пульсар переходить от "включенного"состояния к "выключенному"и поиск причины, по которой в активном состоянии пульсар замедляется сильнее. Первоначально существовала гипотеза, что этот эффект аналогичен нулированию. Однако данный эффект имеет место только для нескольких периодов и не в таких временных масштабах, как десятки дней. Другим возможным вариантом интерпретации является прецессия, в результате которой лучи, посылаемые пульсаром, не попадают в область видимости. При исследовании профилей сигналов для различных периодов "включения"не было обнаружено никакого существенного изменения профиля, что заставило отказаться от прецессии, как возможного объяснения наблюдаемого эффекта. К тому же, малое время выключения, меньшее чем 10 сек, не подтверждает прецессию. Таким образом, эффект частично излучающего пульсара должен быть связан или с самим механизмом радиоизлучения или с каким-либо общим свойством пульсара.

Одним из более убедительных объяснений поведения частично излучающих пульсаров, изложенным в работах [17] и [16], является гипотеза о глобальном нарушении цепи магнитосферных токов. В частности, предполагается, что состояние радиопульсара определяется присутствием или отсутствием плазмы, поток которой вызывает дополнительные потери энергии звезды. В данной модели во время выключенного состояния пульсара область открытых силовых линий испытывает недостаток заряженных частиц и замедление пульсара в этот момент определяется только вакуумными магнитодипольными потерями энергии (плазменная магнитосфера отсутствует). Напротив, во включенном состоянии темп замедления пульсара усилен дополнительными потерями энергии за счет истечения плазмы. Несмотря на правдоподобность этой гипотезы, остается неясным механизм, за счет которого будет происходить такое сильное преобразование состояния магнитосферы нейтронной звезды.

В данной работе предлагается новая альтернативная идея, базирующуяся на полученных в предыдущих параграфах результатах и объясняющая поведение частично излучающих пульсаров. Так как в предыдущих параграфах было показано, что потери энергии пульсара значительным образом меняются при наличии осцилляций, можно предположить, что во "включенном"состоянии пульсара осцилляции звезды создают релятивистский поток заряженных частиц за счет дополнительно генерируемого ускоряющего электрического поля, связанного с осцилляциями. За период порядка 10 дней осцилляции звезды затухают и наступает период "выключения во время которого звезда не осциллирует. Затем происходит очередной глитч (звездотрясение) и звезда вновь переходит во "включенное"состояние за счет генерации осцилляций ее коры. Как известно, энергия радиоизлучения пульсара представляет собой малую часть полных потерь энергии, менее 10^{-3}. Большая часть энергии уносится потоком заряженных частиц с поверхности пульсара и не проявляет себя в радиоизлучении. Таким образом, только тот факт, что радиоэмиссия генерируется, а потом по некоторым причинам перестает генерироваться, не может существенно изменить темп замедления пульсара таким образом, чтобы это могло быть измерено. Наблюдаемое изменение темпа замедления пульсара может быть связано с потерями энергии, уносимой частицами плазмы, утекающей с поверхности звезды через область открытых силовых линий. Таким образом, мы можем предположить, что квазипериодическая генерация осцилляций является реалистичным механизмом а) резкого увеличения потерь вращательной энергии и б) "включения"частично излучающего пульсара.

В работе [18] было высказано предположение о том, что переход пульсара из "выключенного"во "включенное"состояние соответствует его переходу из разрешенной в запрещенную для радиоизлучения зону через линию выключения на диаграмме $P - B$. Согласно этой гипотезе, пульсар "включается"в

Таблица 2.1: Периоды затухания тороидальных мод осцилляций нейтронных звезд за счет электромагнитного излучения.

Мода осцилляций	Частота осцилляций (кГц)	Время затухания осцилляций (с)
$(1,1)$	17.9	1.39×10^5
$(2,0)$	0.36	1.92×10^{14}
$(2,1)$	17.9	1.31×10^5
$(2,2)$	30	3.33×10^4

тот момент, когда начинают выполняться условия генерации пар в магнитосфере. Этот результат в совокупности с результатом предыдущего параграфа а также результатом, описывающим потери энергии осциллирующей вращающейся нейтронной звезды, дает основания полагать, что осцилляции вращающейся звезды могут являться ключевой причиной перехода частично излучающего пульсара во "включенное"состояние.

В полном соответствии с предложенной в данной диссертационной работе гипотезой, объясняющей явление частично излучающих пульсаров, находятся теоретически рассчитанные периоды затухания тороидальных осцилляций коры нейтронной звезды. Значения периодов затухания для некоторых мод представлены в Таблице 2.1. Из нее видно, что периоды затухания осцилляций могут составлять от дней до сотен дней, что хорошо согласуется с приведенными выше значениями периодов "включенного"состояния известных частично излучающих пульсаров.

2.6 Заключение

В данной главе рассмотрены астрофизические процессы в области полярной шарки магнитосферы медленно вращающегося пульсара а) в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ, б) в пространстве-времени с ненулевым натяжением браны и в) испытывающего тороидальные осцилляции. В частности, найдены общерелятивистские поправки, обусловленные а) НУТ параметром б) бран параметром и в) осцилляциями звезды, к плотности заряда Голдрайха-Джулиана, электростатическому скалярному потенциалу и ускоряющей компоненте электрического поля, параллельной магнитным силовым линиям, в области полярной шапки нейтронной звезды.

Полученные результаты применены к задаче нахождения потерь электромагнитной энергии вдоль открытых магнитных силовых линий медленно вращающейся нейтронной звезды а) в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ, б) в пространстве-времени с ненулевым натяжением браны и в) испытывающей тороидальные осцилляции. Полученная информация может быть сравнена с астрофизическими данными о замедлении периода вращения пульсара и быть полезной в дальнейших исследованиях по поиску гравитомагнитного монополя и натяжения браны. Показано, что присутствие осцилляций значительно усиливает плазменные потери энергии с поверхности полярной шапки, в особенности для мод с $m = 1$. В частности, потери энергии для моды $(l, m) = (2, 1)$ могут быть в ~ 8 раз больше, чем вращательыне потери энергии, даже если амплитуда осцилляций не очень велика $\eta \sim 0.05\ \Omega\ R$.

Показано, что присутствие гравитомагнитного заряда имеет влияние на условия движения частиц в области полярной шапки нейтронной звезды. Из полученных результатов видно, что НУТ параметр влияет на период осцилляций импульса частиц. Так как в знаменатель члена, содержащего НУТ параметр, входит угловая скорость вращения звезды, эффект будет усиливаться для старых звезд, для которых эффект увлечения инерциальных систем отсчета уменьшается. Таким образом, возможными кандидатами для проверки существования НУТ параметра являются "старые"компактные объекты с наибольшим периодом вращения.

Наблюдение радиоизлучения от звезды возможно только в том случае, если магнитосфера звезды заполнена достаточным количеством вторичной плазмы. Первичные частицы, вырываемые с поверхности звезды, возбуждают осцилляции вторичной плазмы, результатом чего является радиоизлучение. Как видно из результатов главы, типичная невращающаяся осцилирующая нейтронная звезда не может создать необходимые условия для генерации вторичной плазмы и, возможно, не может поддерживать существование плазменной магнитосферы. Однако, магнитары ([13]), имеющие очень большое значение поверхностного магнитного поля 10^{14}, будут находится выше сплошной линии на рисунке 2.10. Более того, в настоящее время есть экспериментальные доказательства звездных осцилляций, основанные на наблюдениях квазипериодических осцилляций (QPOs), сопровождающих гигантские вспышки периодических гамма-излучателей (SGRs) ([14], [111], [112], [113], [114]). Анализ рентгеновских спектров от таких звезд обнаружил набор осцилляций в спектре с частотами в области от нескольких десятков Гц до нескольких сотен Гц, что достаточно хорошо согласуется с ожидаемыми тороидальными модами коры магнитаров ([13]). Согласно с этим, вокруг таких осциллирующих релятивистских звезд, как магнитары, может ожидаться формирование плазменной магнитосферы.

Предложена новая гипотеза, предполагающая наличие связи между поведением частично излучающих пульсаров, у которых происходит квазипериодическая смена состояний активности и пассивности, с наличием осцилляций в магнитосфере звезды.

ГЛАВА 3. Эффекты квантовой интерференции в медленно вращающемся пространстве-времени с ненулевым гравитомагнитным зарядом

3.1 Введение

Из-за малости гравитационного поля в пределах Солнечной системы многие эффекты, предсказываемые общей теорией относительности, пока не зарегистрированы экспериментально. Среди таких эффектов теоретическое предсказание существования гравитомагнитного монопольного заряда, представленное в работе Ньюмана, Тамбурино и Унти [29] и названного соответственно НУТ параметром. Данная глава посвящена исследованию так называемого эффекта Саньяка и эффекта смещения фазы частицы в нейтронном интерферометре во внешней метрике Керр-Тауб-НУТ медленно вращающегося источника с ненулевым НУТ параметром. Актуальность исследования обусловлена тем, что методы квантовой интерференции, применяемые в настоящее время и базирующиеся на макроскопических квантовых эффектах, обладают достаточной чувствительностью для обнаружения слабых гравитационных эффектов. Целью данной главы является нахождение влияния, вызванного присутствием НУТ параметра, на вышеуказанные эффекты и подготовка почвы для дальнейших экспериментов, которые могли бы зарегистрировать данное влияние.

Эффект Саньяка является хорошо известным и подробно изученным эффектом (см., к примеру [116]). Он выражает тот факт, что между лучами света либо пучками частиц, распространяющимися в противоположных направлениях вдоль замкнутого пути вокруг вращающегося интерферометра, возникает разность фаз $\Delta\varphi$. Эта разность фаз может быть объяснена тем, что пучки, распространяющиеся в противоположных направлениях, затрачивают разные отрезки времени на прохождение замкнутого пути. Выражение для разности времен прохождения ΔT двух пучков, как будет показано ниже, не включает в себя ни массы ни энергии частиц. Таким образом, можно рассматривать эффект Саньяка как "универсальный"эффект, присущий самой геометрии пространства-времени вне зависимости от физической природы интерферирующих пучков. В данной главе результаты, полученные ранее в работах [117], [118], где эффект Саньяка рассматривался по аналогии с эффектом Ааронова-Бома, обобщаются на случай медленно вращающегося НУТ пространства-времени.

Вдобавок к этому, в главе рассматривается еще один альтернативный вариант интерпретации эффекта Саньяка, базирующийся на идее, предложенной в работах [119], [120] о том, что скорость света зависит от направления распространения светового луча в пространстве вокруг аксиально-симметричного гравитирующего объекта. Таким образом, можно объяснить разность времен прохождения кругового пути двумя противоположно распространяющимися пучками тем, что они движутся с разными скоростями. Этот метод также используется для вычисления разности времен прохождения и результат сравнивается с полученным ранее другим методом.

Эксперимент по исследованию влияния гравитационного поля Земли на сдвиг фазы частицы в нейтронном интерферометре был впервые предложен Оверхауэром и Колеллой [21]. В дальнейшем этот эксперимент был удачно проведен Колеллой, Оверхауэром и Вернером [22]. После проведенного эксперимента были обнаружены также и другие эффекты, оказывающие влияние на сдвиг фазы интерферирующих частиц. Среди них эффект, связанный с вращением Земли (Кориолисова сила) [121],[122], который является квантовомеханическим аналогом эффекта Саньяка, эффект Лензе-Тирринга [123] – общерелятивистский эффект увлечения инерциальных систем отсчета.

В работе [124] был предложен универсальный метод исследования различных эффектов, влияющих на сдвиг фазы частицы в нейтронном интерферометре. В данной главе этот формализм используется для получения сдвига фазы интерферирующей частицы, обусловленного наличием НУТ параметра в метрике медленно вращающегося гравитирующего объекта.

Глава организована следующим образом. В параграфе 3.2 исследуется эффект Саньяка в медленно вращающемся пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ. В параграфе 3.3 выводится выражение для сдвига фазы частицы в нейтронном интерферометре, вызванного присутствием в метрике НУТ параметра и полученное выражение сравнивается с известными ранее. Параграф 3.4 посвящен выводам.

3.2 Эффект Саньяка

Как было показано в статье [118] эффект Саньяка может быть вычислен по аналогии с эффектом Ааронова-Бома. В этом случае разность фаз между двумя пучками света или частиц, рапространяющимися по замкнутому кругу в противоположных направлениях во вращающемся интерферометре в плоском пространстве-времени дается формулой

$$\Delta\varphi = \frac{2mu_0}{c\hbar} \oint_C \mathbf{A}_G \cdot d\mathbf{x} \ . \tag{3.1}$$

Соответствующая данному смещению разность времен прохождения замкнутого круга пучками, движущимися в противоположных направлениях, равна

$$\Delta T = \frac{2u_0}{c^3} \oint_C \mathbf{A}_G \cdot d\mathbf{x} \ . \tag{3.2}$$

В формуле (3.1) m – масса (или энергия) частиц в интерферирующих пучках, $\mathbf{A}_G$ – гравитомагнитный потенциал, который определяется выражением

$$(A_G)_i \equiv c^2 \frac{u_i}{u_0} \ , \tag{3.3}$$

а $u^\alpha(x)$ – единичный 4-вектор скорости частицы:

$$u^\alpha \equiv \left\{ \frac{1}{\sqrt{-g_{00}}}, 0, 0, 0 \right\} \ , \quad u_\alpha \equiv \left\{ -\sqrt{-g_{00}}, g_{i0}u^0 \right\} \ . \tag{3.4}$$

Предполагается, что смещение фазы в уравнении (3.1) измеряется с помощью равномерно вращающегося интерферометра, а разность времен (3.2) измеряется наблюдателем, движущимся совместно с системой.

Эти уравнения могут быть применены для выполнения вычислений в метрике медленно вращающегося компактного объекта с ненулевым НУТ параметром (см. Введение). Следует заметить, что в экваториальной плоскости ($\theta = \pi/2$) влияние НУТ-части метрики на эффект Саньяка обращается в ноль. Чтобы увидеть, как присутствие НУТ-параметра изменяет задержку времени и смещение фазы Саньяка, можно рассмотреть плоскость, где $\theta = \pi/4$, так что $\sin^2\theta = 1/2$ и $\cos\theta = 1/\sqrt{2}$.

После преобразования координат $\phi \to \phi - \Omega t$, где Ω – угловая скорость вращения гравитирующего объекта, метрика приобретает следующий вид

$$\begin{aligned} ds^2 \ &= \ -\left(N^2 - \frac{r^2\Omega^2}{2} + \Omega\omega r^2 + 2\sqrt{2}lN^2\Omega \right) dt^2 + N^{-2}dr^2 + \frac{r^2}{2}d\phi^2 \\ &+ \ 2\left(\frac{r^2(\Omega-\omega)}{2} - \sqrt{2}lN^2 \right) d\phi dt \ . \end{aligned} \tag{3.5}$$

Из этого выражения сразу видно, что поле единичных векторов $u(x)$ вдоль траекторий $r = R = \mathrm{const}$ будет иметь вид

$$\begin{aligned} u_0 &= -(u^0)^{-1} \ , \\ u_\phi &= \left(\frac{R^2(\Omega-\omega)}{2} - \sqrt{2}lN^2 \right) u^0 \ , \end{aligned} \tag{3.6}$$

где введено обозначение

$$u^0 = \left(N^2 - \frac{R^2\Omega^2}{2} + \Omega\omega R^2 + 2\sqrt{2}lN^2\Omega \right)^{-1/2} \ . \tag{3.7}$$

Далее, подставляя компоненты $u(x)$ в уравнение (3.3), можно получить

$$(A_G)_\phi = -\left(\frac{R^2(\Omega-\omega)}{2} - \sqrt{2}lN^2\right)(u^0)^2 \ . \tag{3.8}$$

Интегрируя векторный потенциал согласно уравнениям (3.1) and (3.2), можно получить следующие выражения для $\Delta\varphi$ и ΔT (выражения даны в физических единицах)

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi m}{\hbar}\left(\frac{R^2(\Omega-\omega)}{2} - \sqrt{2}clN^2\right)(u^0)^2 \ , \tag{3.9}$$

$$\Delta T = \frac{4\pi}{c^2}\left(\frac{R^2(\Omega-\omega)}{2} - \sqrt{2}clN^2\right)(u^0)^2 \ . \tag{3.10}$$

По аналогии с работой [118] можно найти для данного случая критическую угловую скорость $\bar{\Omega}$, соответствующую нулевой задержке времени $\Delta T = 0$

$$\bar{\Omega} = \omega + \frac{2\sqrt{2}clN^2}{R^2} \ . \tag{3.11}$$

$\bar{\Omega}$ – угловая скорость наблюдателя с нулевым угловым моментом (ННУМ). Как видно из выражения, член с НУТ-параметром вносит дополнительный положительный вклад в эту скорость, другими словами, $\bar{\Omega}$ в пространстве-времени Керр-НУТ должна быть больше, чем в пространстве-времени Керра.

В работах [119], [120] представлен еще один вариант интерпретации эффекта Саньяка. В данных статьях пересмотрены сами понятия времени, одновременности, постоянства скорости света.

Согласно Эйнштейну, определение одновременности выводится из постулата о постоянстве скорости света. Но постоянство и изотропность скорости света не являются очевидными, когда мы говорим о произвольном четырехмерном римановом пространстве-времени в общей теории относительности. Предположение об изотропности скорости света не является очевидным даже для инерциальных систем отсчета, так как все лабораторные методы измерения скорости света могут установить изотропность только для распространения света "туда и обратно" , но не только в одном направлении "туда"или "обратно". Измерение скорости света в одном направлении потребовало бы определения способа сравнения интервалов времени в различных точках пространства еще до проведения измерений. Другими словами, это потребовало бы определения понятия одновременности, которое не включало бы никаких сведений о скорости света.

Таким образом, определение одновременности первично и лежит в основе любого физического измерения, тогда как значение скорости света вытекает из этого определения.

Пусть P_1 и P_2 – события на мировой линии часов, находящихся в покое в заданной системе отсчета, соответствующие испусканию и регистрации светового сигнала, отражающегося (событие P') от зеркала, находящегося на небольшом расстоянии от часов. Каждому из этих событий соответствуют моменты собственного времени $\tau(P_1)$, $\tau(P_2)$ и $\tau(P')$.

Определим (следуя [120]) событие P, одновременное событию P', как такое событие, для собственного времени которого выполняется условие

$$\tau(P) = \frac{1}{2}[\tau(P_1) + \tau(P_3)] + \frac{1}{2}[\tau(P_1) - \tau(P_3)]\frac{\tilde{a}_n dx^n}{\sqrt{\left(g_{ik} - \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}}\right) dx^i dx^k}} \ , \quad (3.12)$$

тогда как эйнштейновское определение одновременности выглядит следующим образом

$$\tau(P) = \frac{1}{2}[\tau(P_1) + \tau(P_3)] \ . \quad (3.13)$$

В (3.12) $\tilde{a}_n$ – ковариантные компоненты метрического вектора, определенные как

$$\tilde{a}_n = \frac{g_{0n}}{\sqrt{-g_{00}}} \ , \tilde{a} = \sqrt{\frac{g^{ik}\tilde{a}_i\tilde{a}_k}{1 - g^{mj}\tilde{a}_m\tilde{a}_j}} \ . \quad (3.14)$$

Используя (3.12), можно получить выражение для отрезка собственного времени между двумя произвольными, но близкими друг к другу событиями как

$$d\tau = \sqrt{-g_{00}}\left(dx^0 + \frac{g_{0i}}{g_{00}}dx^i\right) + \tilde{a}_i dx^i \ , \quad (3.15)$$

и записать метрику пространства-времени в форме

$$ds^2 = -e^{-2\varpi}dt^2 + 2e^{-\varpi}\tilde{a}_i dx^i dt + dl^2 \ , \quad (3.16)$$

где

$$dl^2 = h_{ik}dx^i dx^k \ , \qquad h_{ik} = g_{ik} - \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}} - \tilde{a}_i\tilde{a}_k \ . \tag{3.17}$$

Из (3.16) можно получить выражение для абсолютного значения скорости света в виде

$$v_c = \sqrt{-g_{00}} \left(-\tilde{a}\cos\alpha + \sqrt{1 + \tilde{a}^2\cos^2\alpha} \right) \ , \tag{3.18}$$

где α – угол между световым лучом и метрическим вектором. Таким образом, скорость света имеет наименьшее значение, когда луч света распространяется в направлении вдоль метрического вектора, и максимальное значение в противоположном направлении. Скорость света постоянна во всех направлениях, лежащих на поверхности конуса с вершиной в заданной точке и осью симметрии, направленной вдоль метрического вектора. Из уравнения (3.18) можно видеть, что произведение значений скорости света в противоположных направлениях является константой и имеет место следующее соотношение

$$\frac{1}{-g_{00}} \cdot v_c\bar{v}_c = 1 \ , \tag{3.19}$$

где $\bar{v}_c$ – абсолютное значение вектора $(-\mathbf{v}_c)$.

Используя вышеприведенные рассуждения, можно сделать вывод, что разность времени между противоположно распространяющимися по замкнутому контуру лучами света равна интегралу

$$\Delta t = \oint \left(\frac{1}{v_c} - \frac{1}{\bar{v}_c} \right) dl \ , \tag{3.20}$$

где dl – элемент пути.

В аксиально-симметричных пространствах (в частности, в медленно вращающемся пространстве-времени с ненулевым НУТ-параметром) метрический вектор перпендикулярен оси симметрии. Для лучей света, распространяющихся в противоположных направлениях в плоскости $\theta = \pi/4$, можно выбрать углы α равными 0 и π:

$$v_c(\alpha = \pi, 0) = \sqrt{-g_{00}} \left(\pm\tilde{a} + \sqrt{1 + \tilde{a}^2} \right) \ . \tag{3.21}$$

Проводя алгебраические преобразования уравнения (3.20) с использованием уравнений (3.19) и (3.21), можно найти

$$\Delta t = \oint \frac{\bar{v}_c - v_c}{v_c \bar{v}_c} dl = \frac{1}{-g_{00}} \oint (\bar{v}_c - v_c)\, dl = 2u^0 \oint a dl \ . \tag{3.22}$$

Теперь можно найти компоненты метрического вектора (3.14) для метрики (3.5)

$$\tilde{a}_3 = u^0 \left\{ \frac{r^2(\Omega - \omega)}{2} - \sqrt{2} l N^2 \right\} \ . \tag{3.23}$$

Выражение для абсолютного значения метрического вектора имеет вид

$$\tilde{a} = \frac{\frac{\sqrt{2}u^0}{r} \left(\frac{r^2(\Omega-\omega)}{2} - \sqrt{2} l N^2 \right)}{\left\{ 1 - \frac{2(u^0)^2}{r^2} \left(\frac{r^2(\Omega-\omega)}{2} - \sqrt{2} l N^2 \right)^2 \right\}^{1/2}} \ , \tag{3.24}$$

которое в линейном приближении по угловой скорости вращения и НУТ-параметру принимает простую форму

$$\tilde{a} = \frac{\sqrt{2}u^0}{r} \left\{ \frac{r^2(\Omega - \omega)}{2} - \sqrt{2} l N^2 \right\} \ , \tag{3.25}$$

При подстановке полученного выражения в (3.22), в конечном счете получается выражение для разности времен между двумя противоположно распространяющимися по замкнутому кругу во вращающемся интерферометре лучами света (в физических единицах)

$$\Delta t = \frac{\sqrt{2} \cdot 4\pi}{c^2} \left\{ \frac{R^2(\Omega - \omega)}{2} - \sqrt{2} c l N^2 \right\} (u^0)^2 \ . \tag{3.26}$$

Хотелось бы подчеркнуть, что эффект Саньяка был вычислен в плоскости $\theta = \pi/4$ взамен традиционной $\theta = \pi/2$ для того, чтобы выделить эффект, связанный с НУТ-параметром, который исчезает при $\theta = \pi/2$. Классические эксперименты по эффекту Саньяка проводились в экваториальной плоскости, ортогональной к оси вращения, где в линейном приближении по угловой скорости оба подхода, описываемые уравнениями (3.10) и (3.26), дают одинаковый результат

$$\Delta T = 4\pi R^2 \Omega \ . \tag{3.27}$$

Таким образом, разность между выражениями (3.10) и (3.26) связана с тем, что вычисления проводятся в плоскости $\theta = \pi/4$.

Следует заметить, что в уравнении (3.26) член, соответствующий эффекту Лензе-Тирринга, имеет радиальную зависимость $1/r$, тогда как член, связанный с присутствием НУТ-параметра не содержит радиальной зависимости и не убывает с ростом расстояния от гравитирующего объекта.

3.3 Смещение фазы частицы

Следуя рассуждениям работы [124], можно начать с рассмотрения ковариантного уравнения Клейна-Гордона

$$\nabla^{\mu}\nabla_{\mu}\Phi - (mc/\hbar)^2\Phi = 0 \ , \tag{3.28}$$

определить волновую функцию Φ интерферирующих частиц (в частности, нейтронов) как

$$\Phi = \Psi exp\left(-i\frac{mc^2}{\hbar}t\right) \tag{3.29}$$

и пренебречь членами порядка $O((v/c)^2)$. Уравнение Клейна-Гордона не вполне описывает поведение нейтронов, так как не содержит спин. Эффекты, учитывающие взаимодействие спина с кривизной пространства-времени, а также спин-орбитальное взаимодействие, рассмотрены в работах [125, 126]. Наличие спина у частицы, движущейся в гравитационном поле, приводит к наличию дополнительной силы, действующей на частицу

$$F^{\alpha} = -\frac{c}{2}R^{\alpha}_{\beta\nu\mu}\tilde{u}^{\beta}S^{\mu\nu}, \tag{3.30}$$

где $R^{\alpha}_{\beta\nu\mu}$ – тензор кривизны Римана, $\tilde{u}$ – 4-вектор скорости частицы, $S^{\mu\nu}$ – тензор спина. В большинстве случаев, однако, этот эффект очень мал, так что в нашем рассмотрении мы можем им пренебречь.

Используя метрику Керр-НУТ (E.3) и проводя координатное преобразование $\phi \to \phi - \Omega t$, можно получить следующее выражение для уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{L^2}{r^2\hbar^2}\right]\Psi$$
$$-\frac{Mm}{r}\Psi - \Omega L_z\Psi + \frac{2Ma}{r^3}L_z\Psi + \frac{l\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}L_z\Psi\ , \tag{3.31}$$

где L^2, L_z – операторы углового момента:

$$L^2 = -\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right]\ , \tag{3.32}$$

$$L_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}\ . \tag{3.33}$$

Из уравнения (3.31) видно, что Гамильтониан частицы в интерферометре может быть записан как

$$H = H_0 + H_1 + H_2 + H_3 + H_4\ , \tag{3.34}$$

где

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial}\right)+\frac{L^2}{2mr^2}\ , \quad H_1 = -\frac{Mm}{r}\ , \quad H_2 = -\Omega L_z\ , \quad H_3 = \frac{2Ma}{r^3}L_z\ . \tag{3.35}$$

H_0 – гамильтониан свободной частицы, H_1 соответствует Ньютоновскому гравитационному потенциалу, H_2 связан с вращением гравитирующего источника, H_3 соответствует эффекту Лензе-Тирринга (увлечению инерциальных систем отсчета). Смещения фазы частицы, соответствующие членам H_1, H_2 и H_3 равны соответственно

$$\beta_{grav} = \frac{m^2 gS\lambda}{2\pi\hbar^2}\sin\phi\ , \quad \beta_{rot} \simeq \frac{2m\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{S}}{\hbar}\ ,$$
$$\beta_{drag} \simeq \frac{2m}{\hbar R^3}\mathbf{J}\cdot\left[\mathbf{S} - 3\left(\frac{\mathbf{R}}{R}\cdot\mathbf{S}\right)\frac{\mathbf{R}}{R}\right]\ . \tag{3.36}$$

Здесь $S = d_1 d_2$ – площадь интерферометра, $\mathbf{S}$ – вектор площади ABCD (см. рис. 3.1), $\mathbf{\Omega} = (0,0,\Omega)$ и $\mathbf{J}= (0,0,J)$ – угловая скорость и угловой момент наблюдателя соответственно, $\mathbf{R}$ радиус-вектор интерферометра относительно центра гравитирующего объекта, λ – длина волны де-Бройля.

Последний член уравнения (3.31) H_4 представляет собой добавку к гамильтониану, обусловленную наличием НУТ параметра

$$H_4 = \frac{l\cos\theta}{r^2\sin^2\theta} L_z \ . \tag{3.37}$$

Интегрируя его по времени вдоль траектории частицы, можно найти соответствующее смещение фазы

$$\beta_4 = \frac{1}{\hbar}\int \frac{l\cos\theta}{r^2\sin^2\theta} L_z dt \ . \tag{3.38}$$

Проекцию углового момента L_z можно представить как произведение $\mathbf{n}\cdot\mathbf{L}$, где $\mathbf{n} = (0,0,1)$ – единичный вектор. Помня также, что $\mathbf{L} = m\mathbf{r}\times\dot{\mathbf{r}}$, можно получить

$$\beta_{NUT} = \beta_{4(ABD)} - \beta_{4(ACD)} = -\frac{lm\cos\theta}{\hbar\sin^2\theta}\oint \frac{\mathbf{n}\cdot(\mathbf{r}\times d\mathbf{r})}{r^2} \ .$$

Обозначая $\mathbf{r} = \mathbf{R}+\mathbf{r'}$, где $\mathbf{r'}$ определяет положение заданной точки траектории относительно центра интерферометра, и предполагая, что отношение $\mathbf{r'}/\mathbf{R}$ мало, т.е. $|\mathbf{R}+\mathbf{r}'| \approx R + \mathbf{R}\mathbf{r}'/R$, можно, разложив в ряд Тейлора знаменатель в интеграле (3.39), получить

$$\begin{aligned}
\beta_{NUT} &= -\frac{lm\cos\theta\mathbf{n}}{\hbar\sin^2\theta}\oint\frac{(\mathbf{R}+\mathbf{r'})\times d\mathbf{r'}}{|\mathbf{R}+\mathbf{r'}|^2} \\
&\simeq -\frac{lm\cos\theta\mathbf{n}}{\hbar R^2\sin^2\theta}\left[\oint \mathbf{r}'\times d\mathbf{r}' - 2\oint\left(\frac{\mathbf{R}}{R}\cdot\mathbf{r}'\right)\frac{\mathbf{R}}{R}\times d\mathbf{r}'\right] \\
&= -\frac{lm\cos\theta\mathbf{n}}{\hbar R^2\sin^2\theta}\left[\mathbf{S} - 2\left(\frac{\mathbf{R}}{R}\cdot\mathbf{S}\right)\frac{\mathbf{R}}{R}\right] \ .
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Как видно из данного уравнения, угловая зависимость β_{NUT} содержит две сингулярности, в точках $\theta = 0$ и $\theta = \pi/2$. В дальнейших вычислениях угловая зависимость $\cos\theta/\sin^2\theta$ будет заменена ее значением в точке $\theta = \pi/4$, а именно $\sqrt{2}$.

Теперь сравним полученный результат с остальными членами, полученными в статье [124] для того, чтобы оценить его величину. Как уже было показано в статье [124], самым маленьким членом среди остальных является β_{drag},

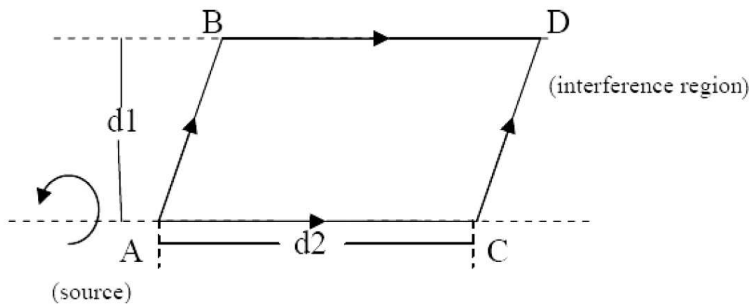

Рис. 3.1: Схематическое изображение траекторий частиц в нейтронном интерферометре.

который имеет такую же структуру, как и β_{NUT} и в 10^9 раз меньше, чем β_{rot}. Однако, этот член, в принципе, может быть измерен с помощью чувствительного интерферометра "восьмерки"("figure-eight"interferometer), за счет своей зависимости от расстояния от центра Земли наряду с площадью и положением (см. [127]). Таким образом, резонно было бы рассмотреть отношение β_{NUT}/β_{drag}. Если $\mathbf{R}$ перпендикулярно $\mathbf{A}$, тогда (возвращаясь к физическим единицам)

$$\frac{\beta_{NUT}}{\beta_{drag}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\frac{lc^3}{GMR\Omega} \ . \tag{3.40}$$

Для Земли с параметрами (в системе СГС) $\Omega \sim 10^{-5}$ с$^{-1}$, $M \approx 5,96 \times 10^{27}$г и $R \approx 6,4 \times 10^8$см получается

$$\frac{\beta_{NUT}}{\beta_{drag}} \sim 10^7 l \ , \tag{3.41}$$

откуда видно, что для возможности детектирования НУТ параметра на Земле необходимо, чтобы НУТ параметр имел значение по крайней мере порядка $l \sim 10^{-7}$см.

Точность измерения ускорения с помощью прецизионных экспериментов в настоящее время достигает $\Delta a_{\hat{r}}/a_{\hat{r}} \approx 10^{-9}$, что соответствует абсолютной точности измерения ускорения на Земле равной $\Delta a \approx 10^{-8}$м с$^{-2}$ и абсолютной точности измерения вращения на Земле $\delta\omega \approx 10^{-9}$с$^{-1}$. В ближайшем будущем ожидается, что точность измерения расстояний на Земле при помощи спутников, расположенных на высоте 10 000 км над поверхностью Земли, составит

1см. Это позволит говорить об относительной точности измерения расстояний $\Delta r/r \approx 10^{-9}$. Точность прецизионных экспериментов с использованием интерферометров достаточна для гравитационного обнаружения объекта массой 100 кг на расстоянии ~ 1 м от интерферометра. В согласии с указанной точностью современных экспериментов в работе [128] было получено значение для верхнего предела НУТ параметра для Земли $l \leq 10^{24}$кг, что в единицах длины соответствует $l \leq 10^{-1}$см. Значение же верхнего предела НУТ параметра для массивных компактных объектов нашей Галактики было оценено в работе [129] при исследовании эффекта гравитационного микролинзирования и составило $l < 14$м, что не противоречит значениям,используемым в данной диссертационной работе.

3.4 Заключение

В данной главе рассмотрены эффекты квантовой интерференции в пространстве-времени Керр-НУТ и показано, что НУТ параметр имеет влияние на различные квантовые явления. В частности, получено выражение для разности фаз интерферирующих пучков в эксперименте Саньяка, модифицированное присутствием монопольного гравитомагнитного заряда, и соответствующая данной разности фаз разность времен прохождения кругового пути противоположно распространяющимися пучками. Найдено выражение для сдвига фазы частицы в нейтронном интерферометре в присутствии НУТ параметра и показано, что найденная поправка может быть измерена с помощью интерферометра–"восьмерки". Полученный результат может быть использован далее для попытки доказательства теории гравитомагнетизма.

ГЛАВА 4. О несферических решениях уравнений Эйнштейна

4.1 Введение

Черные дыры являются одними из самых таинственных и интересных объектов изучения теории гравитации [35, 130, 131, 132, 133]. Решения уравнений Эйнштейна, соответствующие черным дырам, играют значительную роль в понимании теории гравитации и предоставляют важную возможность проверки некоторых фундаментальных идей термодинамики и квантовой физики. Более того, наблюдения доказывают то, что черные дыры являются реальными физическими объектами, существующими во Вселенной [134], а не просто математическими конструкциями, что мотивирует дальнейшее их изучение.

В последние годы возрос интерес к изучению более экзотичных решений уравнений поля Эйнштейна для черных дыр, в частности, исследуются решения с нетривиальной топологией. В общей теории относительности бытует широкое мнение, что черные дыры, образованные в результате гравитационного коллапса, должны иметь сферический горизонт событий [135]. В стационарном случае это доказывается теоремой Хокинга [136], где используется предположение об асимптотически плоском пространстве-времени и положительном знаке энергии вещества. Теорема о топологической цензуре Фридмана и других [137] является еще одним указанием на невозможность несферического горизонта. Однако, недавно было показано, что такая топология может наблюдаться косвенно [138].

Впоследствии возрос также математический интерес к исследованию черных дыр с другими типами асимптотик на бесконечности. Один из подобных альтернативных путей – рассмотрение черных дыр, являющихся на бесконечности анти-де-Ситтеровскими (имеющих отрицательную космологическую константу). Манн [139], а затем Брилл [140] представили класс решений уравнений Эйнштейна для черных дыр, предполагающих все указанные выше возможности для топологии горизонта, имеющих как положительную, так и отрицательную массу, обладающих зарядом и сингулярностью кривизны в центре. Лемос нашел решения для черных дыр, горизонт событий которых имеет плоскую [141], цилиндрическую [142] и тороидальную топологию [142, 143]. Работа Лемоса [141, 142] была продолжена Цаем [144] для случая плоской и цилиндрической симметрии уравнений Эйнштейна-Максвелла.

Однако, очевидно, что с физической точки зрения необходимо рассматривать динамические решения для черных дыр, т.е. черные дыры с нетривиальной временной зависимостью. В таком случае с физической точки зрения указанные выше статические решения должны представлять собой определенную стадию динамического развития черной дыры. Однако, из-за сложности уравнений поля Эйнштейна, известно очень мало неоднородных нестатичных решений даже для случая сферической симметрии. Одно из таких решений принадлежит Вайдья [19]. Недавно это решение доказало свою пригодность при изучении излучения Хокинга, процесса испарения черных дыр [145], а также при изучении стохастической гравитации [146].

В одной из недавних работ [20] была доказана теорема, генерирующая динамические решения уравнений Эйнштейна для черных дыр в сферически симметричном пространстве-времени, при наложении определенных условий на тензор энергии импульса. В данной главе предлагается модификация работы [20] для случая широкого семейства точных сферически несимметричных анти де-ситтеровских (обладающих отрицательной космологической константой) решений для черных дыр.

Глава организована следующим образом. В параграфе 4.2 описывается общая метрика для несферической заряженной анти де-ситтеровской черной дыры. В параграфе 4.3 формулируется и доказывается теорема, позволяющая генерировать точные решения уравнений Эйнштейна для динамических несферических черных дыр. Заключительный параграф 4.4 посвящен выводам.

4.2 Несферические решения для заряженной анти-де Ситтеровской черной дыры

Плоско симметричная, обладающая зарядом анти-де Ситтеровская метрика Вайдья в координатах (v, r, x, y) таких, что

$$t = v - r - 2M \ln \left| \frac{r}{2M} - 1 \right| \tag{4.1}$$

имеет вид [144]

$$ds^2 = -\left[\alpha^2 r^2 - \frac{2m(v)}{r} + \frac{e^2(v)}{r^2}\right] dv^2 + 2dvdr + \alpha^2 r^2 d\Omega^2 \tag{4.2}$$

где $d\Omega^2 = dx^2 + dy^2$, $\infty < x,\ y < \infty$ – координаты, описывающие двумерное пространство нулевой кривизны с топологией $R \times R$, v представляет собой время Эддингтона, так что r возрастает вдоль пути $v = \text{const}$, две произвольные функции $m(v)$ и $e(v)$ (ограниченные условиями, налагаемыми на энергию) представляют, соответственно, массу и электрический заряд в момент времени v, а $3\alpha^2 = -\Lambda > 0$ – отрицательная космологическая константа. Используемые координаты Эддингтона-Бонди удобны тем, что позволяют избавиться от координатной сингулярности метрики Шварцшильда в точке $r = 2M$. Метрика (4.2) представляет собой решение уравнений Эйнштейна для коллапсирующей заряженной идеальной жидкости в пространстве-времени анти-де Ситтера.

Тензор энергии импульса может быть записан в форме

$$T_{\alpha\beta} = T^{(n)}_{\alpha\beta} + T^{(m)}_{\alpha\beta} \tag{4.3}$$

где

$$T^{(n)}_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi r^3}\left[r\dot{m}(v) - e(v)\dot{e}(v)\right] k_\alpha k_\beta \tag{4.4}$$

а нулевой вектор k_α удовлетворяет условию $k_\alpha = -\delta^v_\alpha \;\; k_\alpha k^\alpha = 0$. Часть $T^{(m)}_{\alpha\beta}$ связана с электромагнитным тензором $F_{\alpha\beta}$ следующим соотношением:

$$T^{(m)}_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}\left(F_{\alpha\gamma}F^{\gamma}_{\beta} - \frac{1}{4}g_{\alpha\beta}F_{\gamma\delta}F^{\gamma\delta}\right) \tag{4.5}$$

удовлетворяющим уравнениям поля Максвелла

$$F_{[\alpha\beta;\gamma]} = 0 \;, \qquad F^{\alpha\beta}_{;\beta} = 4\pi J^\alpha \tag{4.6}$$

где J_α – вектор 4-тока.

4.3 Получение несферических решений для черных дыр

Теорема - I: *Пусть* $(M,\ g_{\alpha\beta})$ *– четырехмерное пространство-время [*$sign(g_{\alpha\beta}) = (-,+,+,+)$*], такое что (i) оно нестатично и плоско симметрично, (ii) оно удовлетворяет уравнениям поля Эйнштейна:* $G_{\alpha\beta} - 3\alpha^2 g_{\alpha\beta} = 8\pi T_{\alpha\beta}$*, (iii) в координатах Эддингтона-Бонди, где* $ds^2 = -A(v,r)^2 f(v,r)\ dv^2 + 2\epsilon A(v,r)\ dv\ dr + r^2\alpha^2(dx^2+dy^2)$*, тензор энергии импульса* $T^{\alpha\beta}$ *вещества (жидкости) удовлетворяет условиям* $T^v_r = 0$ *и* $T^x_x = kT^r_r$*,* $(k = const. \in \mathcal{R})$ *(iv) оно обладает регулярным горизонтом Киллинга либо регулярным центром. Тогда метрика пространства-времени будет определяться выражениями*

$$ds^2 = -\left[1 - \frac{2m(v,r)}{r}\right]dv^2 + 2\epsilon dvdr + r^2\alpha^2(dx^2+dy^2), \qquad (\epsilon = \pm 1) \tag{4.7}$$

где

$$
m(v,r) = \begin{cases} \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) & \text{если } C(v) = 0, \\ \\ \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) - \frac{4\pi C(v)}{2k+1} r^{2k+1} & \text{если } C(v) \neq 0 \text{ и } k \neq -1/2. \\ \\ \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) - 4\pi C(v) \ln r & \text{если } C(v) \neq 0 \text{ и } k = -1/2. \end{cases} \tag{4.8}
$$

и

$$
T^\alpha_\beta = \begin{pmatrix} \frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 & 0 & 0 \\ T^r_v & \frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k\frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k\frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} \end{pmatrix}.
$$

с недиагональным элементом

$$
T^r_v = \begin{cases} \frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial M}{\partial v} - \frac{1}{2k+1}\frac{\partial C}{\partial v} r^{2k-1} & \text{если } k \neq -1/2, \\ \\ \frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial M}{\partial v} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial C}{\partial v} \ln r & \text{если } k = -1/2. \end{cases} \tag{4.9}
$$

Здесь M(v) и C(v) – произвольные функции, значения которых зависят от граничных условий и фундаментальных констант вещества.

Доказательство данной теоремы изложено в Приложении Е. Теорема представляет общий класс нестатичных, несферичных (плоско симметричных) решений уравнений поля Эйнштейна, описывающих черные дыры с тензором энергии импульса, удовлетворяющим условиям пункта (iii). Статические решения, описанные в [35] могут быть получены подстановкой $M(v) = M,\ C(v) = C$, где M и C – константы. Полученные решения сильно опираются на предположение (iii). С другой стороны, несмотря на то, что предположение (iv) не используется непосредственно для доказательства результата, оно на самом деле предполагает регулярность решений в центре, откуда следует $T^v_v = T^r_r|_{r=0}$ (см. [35] для подробных деталей).

Таблица 4.1: Тензор энергии импульса и соответствующее нестатичное анти-де Ситтеровское пространство-время вместе с функциями $M(v)$ и $C(v)$, а также k-индекс, связанный с каждой метрикой.

Тензор энергии-импульса вещества (T^{α}_{β})	пространство-время анти-де Ситтера	Функции: $M(v)$ и $C(v)$	k-индекс
$T^{\alpha}_{\beta} = 0,\ T^{r}_{v} = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial M}{\partial v}$	Вайдья	$M(v),\ C(v) = 0$	
$T^{v}_{v} = T^{r}_{r} = -\frac{a}{8\pi r^2}$	монополя	$M(v) = 0$, $C(v) = -\frac{a}{8\pi}$	$k = 0$
$T^{\alpha}_{\beta} = -\frac{q^2(v)}{8\pi r^4}\times$ diag[1, 1, -1, -1] $T^{r}_{v} = \frac{1}{4\pi r^3}\left[\frac{r\partial M}{\partial v} - q\frac{\partial q}{\partial v}\right]$	Боннора-Вайдья	$M(v) = f(v)$, $C(v) = -\frac{q^2(v)}{8\pi}$	$k = -1$
$T^{\alpha}_{\beta} = -\frac{g(v)}{4\pi r^{2(m+1)}}\times$ diag[1, 1, -m, -m] $T^{r}_{v} = \frac{1}{4\pi r^2}\left[\frac{\partial f}{\partial v} - \frac{1}{(2m-1)r^{(2m-1)}}\frac{\partial g}{\partial v}\right]$	Хусейна	$M(v) = f(v)$, $C(v) = -\frac{g(v)}{4\pi}$	k = -m

Семейство решений, представленное здесь, содержит, к примеру, решения Боннора-Вайдья, глобального монополя [147], Хусейна, Харко-Ченга [148, 149], решение Дадича-Гоша-Вайдья на бранах [20] и струнное решение Гласса-Крисча [150, 151]. Очевидно, соответствующим выбором функций $M(v)$ и $C(v)$, а также k-индекса можно получить столько решений, сколько требуется. Вышеприведенные решения включают большинство известных сферически симметричных решений уравнений поля Эйнштейна. Некоторые примеры тензоров энергии импульса, удовлетворяющих условиям теоремы и генерирующих известные метрики, обобщены в Таблице 4.1.

Скаляр Риччи (R $= R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta}$, $R_{\alpha\beta}$ – тензор Риччи) и скаляр Кретцмана (K $= R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta}$, $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ – тензор Римана) для метрики (4.12) сводятся к:

$$R = -16\pi C(v)r^{2k-2}(k+1) - 12\alpha^2. \tag{4.10}$$

$$K = \frac{8C(v)^2\pi^2 r^{4k+2}}{r^6(2k+1)^2}k_1 + \frac{64\pi\alpha^2 C(v) r^{2k+4}(k+1)}{r^6} \qquad (4.11)$$

$$+\frac{128C(v)M(v)\pi r^{2k+1}(k-1)(1-2k)}{r^6(2k+1)} + \frac{48M(v)^2}{r^6} + 24\alpha^4 \text{ если } \quad k \neq -1/2,$$

где $\quad k_1 = 128k^4 - 128k^3 + 160k^2 + 32$.

Эти инварианты регулярны везде кроме начала координат $r = 0$, в котором они расходятся. Таким образом, пространство-время имеет скалярную полиномиальную сингулярность [135] в $r = 0$.

Для случая цилиндрической симметрии вышеприведенная теорема формулируется следующим образом (так как доказательство теоремы такое же, как и для теоремы I, мы не будем приводить его здесь снова).

Теорема – II: *Пусть* $(M,\ g_{\alpha\beta})$ *– четырехмерное пространство-время* $[sign(g_{\alpha\beta}) = (-,+,+,+)]$*, такое что (i) оно нестатично и цилиндрически (тороидально) симметрично, (ii) оно удовлетворяет уравнениям поля Эйнштейна:* $G_{\alpha\beta} - 3\alpha^2 g_{\alpha\beta} = 8\pi T_{\alpha\beta}$*, (iii) в координатах Эддингтона-Бонди, где* $ds^2 = -A(v,r)^2 f(v,r)\ dv^2 + 2\epsilon A(v,r)\ dv\ dr + r^2\alpha^2(dx^2 + dy^2)$*, тензор энергии импульса* T^{ab} *вещества (жидкости) удовлетворяет условиям* $T^v_r = 0$ *и* $T^\theta_\theta = kT^r_r$*,* $(k = const. \in \mathcal{R})$ *(iv) оно обладает регулярным горизонтом Киллинга либо регулярным центром. Тогда метрика пространства времени будет определяться выражениями*

$$ds^2 = -\left[1 - \frac{2m(v,r)}{r}\right]dv^2 + 2\epsilon dvdr + r^2 d\Omega^2, \qquad (\epsilon = \pm 1) \qquad (4.12)$$

где $d\Omega^2 = r^2 d\theta^2 + r^2\alpha^2 dz^2$ для цилиндрического случая и $d\Omega^2 = r^2(d\theta^2 + d\phi^2)$ для тороидального случая.

Здесь

$$
m(v,r) = \begin{cases} \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) & \text{если } C(v) = 0, \\ \\ \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) - \frac{4\pi C(v)}{2k+1} r^{2k+1} & \text{если } C(v) \neq 0 \text{ и } k \neq -1/2. \\ \\ \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) - 4\pi C(v) \ln r & \text{если } C(v) \neq 0 \text{ и } k = -1/2. \end{cases} \tag{4.13}
$$

и

$$
T^{\alpha}_{\beta} = \begin{pmatrix} \frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 & 0 & 0 \\ T^r_v & \frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k\frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k\frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} \end{pmatrix}.
$$

с недиагональным элементом

$$
T^r_v = \begin{cases} \frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial M}{\partial v} - \frac{1}{2k+1}\frac{\partial C}{\partial v} r^{2k-1} & \text{если } k \neq -1/2, \\ \\ \frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial M}{\partial v} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial C}{\partial v}\ln r & \text{если } k = -1/2. \end{cases} \tag{4.14}
$$

M(v) и C(v) – произвольные функции, значения которых зависят от граничных условий и фундаментальных констант вещества.

4.4 Заключение

Обобщена на нестатический случай теорема [35] и ее тривиальное следствие (включающее космологический член Λ), которая, при наложении определенных ограничений на тензор энергии импульса, характеризует широкое семейство динамических решений уравнений Эйнштейна для черных дыр. Решения зависят от одного параметра k и двух произвольных функций $M(v)$ и $C(v)$. Соответствующим выбором этих функций и параметра k можно генерировать различные решения. Многие известные решения являются частными случаями этого семейства, следовательно, материя, удовлетворяющая условиям теоремы, существует в реальности. Было бы интересно проверить существование новых решений, имеющих физический смысл.

Основные результаты и заключение

В заключении перечислим основные результаты, полученные в диссертационной работе:

1. Выведено приближенное аналитическое выражение и получены графики для радиальной зависимости магнитного поля вблизи поверхности медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды в модели мира на бранах. Получено численное решение для электрического поля медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны для различных значений бран параметра. Исследовано влияние бран параметра на потери энергии пульсара.

2. Получены выражения для плотности заряда Голдрайха-Джулиана, плотности заряда магнитосферы, скалярного потенциала и ускоряющей компененты электрического поля в окрестности полярной шапки магнитосферы вблизи и вдали от поверхности медленно вращающейся намагниченной нейтронной звезды а) обладающей ненулевым гравитомагнитным зарядом, б) обладающей ненулевым бран параметром, в) испытывающей тороидальные осцилляции. Получены аналитические выражения и графики для потерь энергии пульсара, доказывающие существенную зависимость энергетических потерь от а) НУТ параметра б) натяжения браны в) тороидальных осцилляций звезды. Получено численное решение уравнений движения заряженных частиц в окрестности полярной шапки медленно вращающейся намагниченной НУТ звезды.

3. Предложена новая гипотеза, объясняющая явление частично излучающих пульсаров. Выдвинуто предположение, что переход таких пульсаров во "включенное"состояние связан с генерацией осцилляций в их коре.

4. Получен график, описывающий линию выключения осциллирующей невращающейся намагниченной нейтронной звезды, доказывающий, что такая звезда не может излучать в радиодиапазоне.

5. Получены аналитические выражения для разности фаз и времен прохождения интерферирующих пучков в эксперименте Саньяка, а также аналитическое выражение для сдвига фазы частицы в нейтронном интерферометре в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ.

6. Доказана теорема, характеризующая большое семейство нестатических решений уравнений поля Эйнштейна. Показано, что наиболее известные динамические решения для черных дыр являются частными случаями данного семейства.

Приложения

А. Уравнения Максвелла в пространстве-времени медленно вращающейся нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны.

Общий вид первой пары релятивистских уравнений Максвелла имеет вид

$$3!F_{[\alpha\beta,\gamma]} = 2\left(F_{\alpha\beta,\gamma} + F_{\gamma\alpha,\beta} + F_{\beta\gamma,\alpha}\right) = 0 \ , \tag{A.1}$$

где $F_{\alpha\beta}$ – тензор электромагнитного поля.

Ковариантные компоненты тензора электромагнитного поля явным образом выражаются через компоненты электрического и магнитного полей как

$$F_{\alpha\beta} \equiv 2u_{[\alpha}E_{\beta]} + \eta_{\alpha\beta\gamma\delta}u^{\gamma}B^{\delta} \ , \tag{A.2}$$

где u^{α} – 4-скорость наблюдателя, $T_{[\alpha\beta]} \equiv \frac{1}{2}(T_{\alpha\beta} - T_{\beta\alpha})$, а $\eta_{\alpha\beta\gamma\delta}$ – псевдотензорное выражение для символов Леви-Чивита $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$

$$\eta^{\alpha\beta\gamma\delta} = -\frac{1}{\sqrt{-g}}\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \ , \qquad\qquad \eta_{\alpha\beta\gamma\delta} = \sqrt{-g}\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \ , \tag{A.3}$$

где $g \equiv \det|g_{\alpha\beta}| = -A^2H^2r^4\sin^2\theta$ (при вычислении определителя были опущены члены, квадратичные по $\tilde{\omega}$ в силу приближения медленного вращения).

Общий вид второй пары уравнений Максвелла

$$F^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = 4\pi J^{\alpha} \tag{A.4}$$

где 4-ток J^{α} представляет собой сумму токов смещения и проводимости

$$J^\alpha = \rho_e w^\alpha + j^\alpha \ , \qquad j^\alpha w_\alpha \equiv 0 \ , \qquad j_\alpha = \sigma F_{\alpha\beta} w^\beta \ , \tag{A.5}$$

σ – электропроводность, ρ_e – пространственная плотность заряда, а w^α – 4-скорость движения проводящей среды как целого.

Уравнение (A.4) может быть также переписано в форме, которая не содержит ковариантных производных

$$(\sqrt{-g}F^{\alpha\beta})_{,\beta} = 4\pi\sqrt{-g}J^\alpha \ . \tag{A.6}$$

4-скорость "наблюдателя с нулевым угловым моментом"('zero angular momentum observer' (ZAMO)) в метрике (0.1) выглядит следующим образом

$$(u^\alpha)_{\rm obs} \equiv A^{-1}\bigg(1, 0, 0, \tilde{\omega}\bigg) \ ; \qquad\qquad (u_\alpha)_{\rm obs} \equiv A\bigg(-1, 0, 0, 0\bigg) \ . \tag{A.7}$$

Используя уравнения (A.1), (A.4) вместе с (A.2), (A.3) и (A.7), можно получить уравнения Максвелла для медленно вращающейся нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны в ортонормированной системе координат в следующем виде

$$\sin\theta\left(r^2 B^{\hat{r}}\right)_{,r} + Hr\left(\sin\theta B^{\hat{\theta}}\right)_{,\theta} + HrB^{\hat{\phi}}{}_{,\phi} = 0 \ , \tag{A.8}$$

$$(r\sin\theta)\,\frac{\partial B^{\hat{r}}}{\partial t} = A\left[E^{\hat{\theta}}{}_{,\phi} - \left(\sin\theta E^{\hat{\phi}}\right)_{,\theta}\right] - (\tilde{\omega} r\sin\theta)B^{\hat{r}}_{(}, \phi), \tag{A.9}$$

$$(Hr\sin\theta)\,\frac{\partial B^{\hat{\theta}}}{\partial t} = -AHE^{\hat{r}}{}_{,\phi} + \sin\theta\left(rAE^{\hat{\phi}}\right)_{,r} - (H\tilde{\omega} r\sin\theta)B^{\hat{\theta}}_{,\phi} \ , \tag{A.10}$$

$$(Hr)\,\frac{\partial B^{\hat{\phi}}}{\partial t} = -\left(rAE^{\hat{\theta}}\right)_{,r} + AHE^{\hat{r}}{}_{,\theta} + \sin\theta(\tilde{\omega} r^2 B^{\hat{r}})_{,r} + H\tilde{\omega} r(\sin\theta B^{\hat{\theta}})_{,\theta} \tag{A.11}$$

и

$$\sin\theta\left(r^2E^{\hat{r}}\right)_{,r} + Hr\left(\sin\theta E^{\hat{\theta}}\right)_{,\theta} + HrE^{\hat{\phi}}_{,\phi} = 4\pi Hr^2\sin\theta J^{\hat{t}}\ , \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned}&A\left[\left(\sin\theta B^{\hat{\phi}}\right)_{,\theta} - B^{\hat{\theta}}{}_{,\phi}\right] - (\tilde{\omega}r\sin\theta)E^{\hat{r}}_{,\phi}\\ &\qquad = (r\sin\theta)\frac{\partial E^{\hat{r}}}{\partial t} + 4\pi Ar\sin\theta J^{\hat{r}}\ ,\end{aligned} \tag{A.13}$$

$$\begin{aligned}&AHB^{\hat{r}}{}_{,\phi} - \sin\theta\left(r\ AB^{\hat{\phi}}\right)_{,r} - (H\tilde{\omega}r\sin\theta)E^{\hat{\theta}}_{,\phi}\\ &\qquad\qquad = (Hr\sin\theta)\frac{\partial E^{\hat{\theta}}}{\partial t} + 4\pi AHr\sin\theta J^{\hat{\theta}}\ ,\end{aligned} \tag{A.14}$$

$$\begin{aligned}&\left(ArB^{\hat{\theta}}\right)_{,r} - AHB^{\hat{r}}{}_{,\theta} + \sin\theta(\tilde{\omega}r^2E^{\hat{r}})_{,r} + H\tilde{\omega}r(\sin\theta E^{\hat{\theta}})_{,\theta}\\ &\qquad\qquad = (Hr)\frac{\partial E^{\hat{\phi}}}{\partial t} + 4\pi AHrJ^{\hat{\phi}} + 4\pi H\tilde{\omega}r^2\sin\theta J^{\hat{t}}\ .\end{aligned} \tag{A.15}$$

B. Решение уравнения Максвелла для магнитного поля в окрестности поверхности медленно вращающейся нейтронной звезды с ненулевым натяжением браны.

Для начала перепишем (1.4) в виде

$$\left(r^2-2Mr+Q^*\right)\frac{d^2F}{dr^2}+\left(4r-6M+\frac{2Q^*}{r}\right)\frac{dF}{dr}-\frac{2Q^*}{r^2}F=0\ , \tag{B.1}$$

и перейдем к новой переменной z так что $r=R+\delta=R(1+z)$, $z=\delta/R$. Используя параметр компактности $\varepsilon=M/R$ и вводя параметр $q=Q^*/M^2$ мы получаем

$$\begin{aligned}\left[(1+z)^4-2\varepsilon(1+z)^3+q\varepsilon^2(1+z)^2\right]\frac{d^2F}{dz^2}+[4(1+z)^3-6\varepsilon(1+z)^2\\ +2q\varepsilon^2(1+z)]\frac{dF}{dz}-2q\varepsilon^2F=0\ .\end{aligned} \tag{B.2}$$

Далее рассмотрим область непосредственной близости к поверхности звезды, где $z\ll 1$, разложим коэффициенты при производных в ряд и оставим только члены первого порядка по z:

$$\begin{aligned}&\left[(2q\varepsilon^2-6\varepsilon+4)z+(q\varepsilon^2-2\varepsilon+1)\right]\frac{d^2F}{dz^2}\\ &\quad+\left[(2q\varepsilon^2-12\varepsilon+12)z+(2q\varepsilon^2-6\varepsilon+4)\right]\frac{dF}{dz}-2q\varepsilon^2F=0\end{aligned} \tag{B.3}$$

Полученное уравнение является частным случаем уравнения (см. [78])

$$(a_2x+b_2)f''+(a_1x+b_1)f'+(a_0x+b_0)f=0,\quad |a_2|+|b_2|>0\ , \tag{B.4}$$

которое в случае, если $a_2\neq 0$ с помощью подстановки $f(x)=e^{kx}\eta(\xi)$, $a_2\xi=a_2x+b_2$, где k является корнем квадратного уравнения $a_2k^2+a_1k+a_0=0$, может быть приведено к следующему виду

$$a_2\xi\eta'' + \left[(2sa_2 + a_1)\xi + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2}\right]\eta' + \left(\frac{a_2b_0 - a_0b_2}{a_2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2}s\right)\eta = 0\ . \tag{B.5}$$

В нашем случае $a_0 = 0$, таким образом $s = 0$ является одним из корней квадратного уравнения. Тогда необходимая подстановка будет иметь вид $F(z) = \eta(\xi)$, $\xi = z + b_2/a_2$, где

$$\begin{aligned} a_2 &= (2q\varepsilon^2 - 6\varepsilon + 4)\ , \qquad b_2 = (q\varepsilon^2 - 2\varepsilon + 1)\ , \\ a_1 &= (2q\varepsilon^2 - 12\varepsilon + 12)\ , \qquad b_1 = (2q\varepsilon^2 - 6\varepsilon + 4)\ , \\ & b_0 = -2q\varepsilon^2\ , \end{aligned} \tag{B.6}$$

т.е. уравнение (B.3) может быть переписано в виде

$$\xi\eta'' + (a\xi + b)\eta' + (c\xi + d)\eta = 0 \tag{B.7}$$

с коэффициентами

$$a = \frac{\varepsilon^2 q - 6\varepsilon + 6}{\varepsilon^2 q - 3\varepsilon + 2}\ , \qquad b = \frac{\varepsilon^4 q^2 - 4\varepsilon^3 q + \varepsilon^2(6 + q) - 6\varepsilon + 2}{2(\varepsilon^2 q - 3\varepsilon + 2)^2}\ ,$$
$$c = 0\ , \qquad d = -\frac{\varepsilon^2 q}{\varepsilon^2 q - 3\varepsilon + 2}\ . \tag{B.8}$$

Уравнение (B.7) принадлежит к типу вырожденных гипергеометрических уравнений. Решение этого уравнения имеет следующий вид ([78])

$$\eta = \xi^{-\frac{b}{2}} e^{-\frac{a\xi}{2}} \left[C_1 (a\xi)^{\frac{b}{2}} e^{-\frac{a\xi}{2}} {}_1F_1\left(b - \frac{d}{a}, b, a\xi\right) \right.$$
$$\left. + C_2 (a\xi)^{1-\frac{b}{2}} e^{-\frac{a\xi}{2}} {}_1F_1\left(1 - \frac{d}{a}, 2 - b, a\xi\right) \right]\ , \tag{B.9}$$

где константы C_1 и C_2 должны быть определены из начальных условий и

$${}_1F_1(l, m, x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l(l+1)...(l+n-1)x^n}{m(m+1)...(m+n-1)n!}\ . \tag{B.10}$$

Возвращаясь к $F(z)$ от $\eta(\xi)$, можно получить выражение для радиальной функции магнитного поля во внешней области медленно вращающейся намагниченной звезды в модели мира на бранах в следующем виде

$$F(z) = (z+s)^{-\frac{b}{2}}\, e^{-a(z+s)} \Bigg\{ C_1 \left[a\,(z+s)\right]^{\frac{b}{2}} {}_1F_1\left(b - \frac{d}{a}, b, a(z+s)\right) + C_2 \left[a\,(z+s)\right]^{1-\frac{b}{2}} {}_1F_1\left(1 - \frac{d}{a}, 2-b, a(z+s)\right) \Bigg\} , \quad \text{(B.11)}$$

где

$$s = \frac{\varepsilon^2 q - 2\varepsilon + 1}{2\varepsilon^2 q - 6\varepsilon + 4} \; . \quad \text{(B.12)}$$

C. Решение уравнения Пуассона в окрестности поверхности полярной шапки медленно вращающейся осциллирующей нейтронной звезды.

Подставляя (2.51) и (2.54) в уравнение (2.38) можно получить уравнение Пуассона в следующем виде

$$R^{-2}\left\{N\frac{1}{\bar r^2}\frac{\partial}{\partial\bar r}\left(\bar r^2\frac{\partial}{\partial\bar r}\right)+\frac{1}{N\bar r^2\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right]\right\}\Phi =$$
$$-4\pi\frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{N\bar r^3}\frac{f(\bar r)}{f(1)}\left[A(\xi)+e^{-i\omega t}\tilde a(\xi,\phi)\right]-4\pi\frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{\alpha\bar r^3}\frac{f(\bar r)}{f(1)}\left(1-\frac{\kappa}{\bar r^3}\right)$$
$$-\frac{1}{c}\frac{1}{R\bar r^4}\frac{B_0 e^{-i\omega t}}{\Theta^2(\bar r)}\frac{1}{N}\frac{f(\bar r)}{f(1)}\tilde\eta(\bar r)l'(l'+1)Y_{l'm'}\ . \qquad (C.1)$$

Следующим шагом представим скалярный потенциал Φ в виде суммы

$$\Phi(t,\bar r,\xi,\phi)=\Phi_0(\bar r,\xi)+e^{-i\omega t}\delta\Phi(\bar r,\xi,\phi)\ , \qquad (C.2)$$

где первый член $\Phi_0(\bar r,\xi)$ соответствует случаю неосциллирующей вращающейся звезды и удовлетворяет уравнению (см., к примеру, работу [43])

$$R^{-2}\left\{N\frac{1}{\bar r^2}\frac{\partial}{\partial\bar r}\left(\bar r^2\frac{\partial}{\partial\bar r}\right)+\frac{1}{N\bar r^2\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)\right\}\Phi_0$$
$$=-\frac{2\Omega B_0}{c\bar r^3}\frac{f(\bar r)}{f(1)}\left\{\frac{1}{N}A(\xi)+\frac{1}{\alpha}\left(1-\frac{\kappa}{\bar r^3}\right)\right\} \qquad (C.3)$$

Второй член (C.2) в свою очередь может быть представлен в виде ряда по сферическим гармоникам

$$\delta\Phi(\bar r,\xi,\phi)=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\delta\Phi_{lm}(\bar r)Y_{lm}(\xi,\phi)\ . \qquad (C.4)$$

Раскладывая функцию $\tilde a(\xi,\phi)$ как

$$\tilde a(\xi,\phi)=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\tilde a_{lm}(\bar r)Y_{lm}(\xi,\phi)\ , \qquad (C.5)$$

можно получить следующее выражение для $\delta\Phi(\bar r,\xi,\phi)$

$$R^{-2}N\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\left\{\frac{1}{\bar r^2}\frac{\partial}{\partial\bar r}\bar r^2\frac{\partial}{\partial\bar r}-\frac{l(l+1)}{N^2\bar r^2\Theta^2(\bar r)}\right\}\delta\Phi_{lm}Y_{lm}$$
$$=-4\pi\frac{\Omega B_0}{2\pi c}\frac{1}{N\bar r^3}\frac{f(\bar r)}{f(1)}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\tilde a_{lm}Y_{lm}$$
$$-\frac{1}{c}\frac{1}{R\bar r^4}\frac{B_0}{\Theta^2(\bar r)}\frac{1}{N}\frac{f(\bar r)}{f(1)}\tilde\eta(\bar r)l'(l'+1)Y_{l'm'}\ . \tag{C.6}$$

Обозначая $\delta F_{lm}(\bar r)=\bar r\delta\Phi_{lm}(\bar r)$ и фиксируя значения l и m, можно в конечном счете получить уравнение Пуассона в следующем виде

$$\frac{R^{-2}N}{\bar r}\left\{\frac{d^2}{d\bar r^2}-\frac{l(l+1)}{N^2\bar r^2\Theta^2(\bar r)}\right\}\delta F_{lm}(\bar r)=-\frac{B_0}{cN\bar r^3}\frac{f(\bar r)}{f(1)}\left\{2\Omega\tilde a_{lm}+\frac{1}{R\bar r}\frac{\tilde\eta(\bar r)l(l+1)}{\Theta^2(\bar r)}\right\}\ . \tag{C.7}$$

Следуя работе [43], мы рассмотрим область в близкой окрестности поверхности звезды, где $z=\bar r-1\ll 1$. Уравнение для δF_{lm} в этом случае будет иметь следующий вид

$$\left[\frac{d^2}{dz^2}-\frac{l(l+1)}{(1-\varepsilon)\Theta_0^2}\right]\delta F_{lm}(z)=-\frac{2\Omega B_0R^2}{c}\frac{1-2z}{1-\varepsilon}\tilde a_{lm}-\frac{B_0R}{c\Theta_0^2}\frac{1-3z}{1-\varepsilon}\tilde\eta(1)l(l+1)\ . \tag{C.8}$$

Общий вид решения этого уравнения

$$\delta F_{lm}=\tilde C e^{-\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0}z}+\frac{\Theta_0^2}{l(l+1)}\frac{B_0R}{c}\left\{2\Omega R(1-2z)\tilde a_{lm}+\frac{l(l+1)}{\Theta_0^2}\tilde\eta(1)(1-3z)\right\}\ , \tag{C.9}$$

где $\tilde C$ и $\tilde a_{lm}$ могут быть найдены из граничных условий

$$\delta F_{lm}|_{z=0}=0\ ,\ \frac{\partial\delta F_{lm}}{\partial z}|_{z=0}=0\ , \tag{C.10}$$

и равны

$$\tilde a_{lm}=-\frac{l(l+1)}{2\Omega R\Theta_0^2}\tilde\eta(1)\frac{\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0}-3}{\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0}-2}\ ,\qquad \tilde C=-\frac{B_0R}{c}\tilde\eta(1)\frac{1}{\frac{\sqrt{l(l+1)}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Theta_0}-2}\ . \tag{C.11}$$

D. Нахождение полярного угла последней открытой силовой линии Θ_0 для медленно вращающейся осциллирующей нейтронной звезды.

Угол θ_0 последней открытой силовой линии на поверхности звезды находится из условия

$$\epsilon_{pl}(R_a, \pi/2, \phi) = \epsilon_{em}(R_a, \pi/2, \phi) \ , \tag{D.1}$$

где R_a – радиус альвеновской поверхности, радиальное расстояние до точки, где последняя открытая силовая линия пересекает экваториальную плоскость, ϵ_{pl} и ϵ_{em} – плотность кинетической энергии исходящей плазмы и плотность энергии магнитного поля соответственно, которые равны (см. уравнения (100) и (101) работы [?])

$$\epsilon_{pl}(R_a, \pi/2, \phi) = \frac{1}{2f(1)} \frac{N_R}{N_{R_a}} \frac{R^3}{R_a^3} \Delta\varepsilon j^{\hat{r}} \ , \tag{D.2}$$

$$\epsilon_{em}(R_a, \pi/2, \phi) = \frac{N_{R_a}}{32\pi} \frac{R^6}{R_a^6} B_0^2 \ , \tag{D.3}$$

где $N_R = \sqrt{1 - 2M/R}$, $N_{R_a} = \sqrt{1 - 2M/R_a} \approx 1$ для малых углов θ_0 ($R_a \gg R$). Так как для силовых линий дипольного магнитного поля $f(r)\sin^2\theta/r = const$ и $\theta_a = \pi/2$

$$\frac{R}{R_a} = \frac{f(1)}{f(R_a/R)} \theta_0^2 \ , \tag{D.4}$$

а $f(R_a)$ также близко к единице. Для ортонормированных компонент

$$\begin{aligned} (E^{\hat{\theta}})_{GJ\ lm} &= -\frac{1}{Nc} \left[\left(1 - \frac{\kappa}{\bar{r}^3} \right) \vec{u} + \vec{\delta v} \right]_{\hat{\phi}} B_{\hat{r}} \\ &= -\frac{1}{Nc} \left[\Omega R \bar{r} \sin\theta \left(1 - \frac{\kappa}{\bar{r}^3} \right) - \partial_\theta Y_{lm}(\theta, \phi) \tilde{\eta}(\bar{r}) \right] B_0 \frac{f(\bar{r})}{f(1)} \frac{1}{\bar{r}^3} \cos\theta \end{aligned} \tag{D.5}$$

в приближении малых углов, где $Y_{lm}(\theta, \phi) \approx A_{lm}(\phi)\theta^m$, можно получить

$$\Delta\varepsilon = -\frac{R N_R B_0}{c} \left[\Omega R (1 - \kappa) \frac{\theta^2}{2} - A_{lm} \theta^m \tilde{\eta}(1) \right] \tag{D.6}$$

для случая $m \neq 0$ и

$$\Delta\varepsilon = -\frac{RN_R B_0}{c}\frac{\theta^2}{2}\left[\Omega R(1-\kappa) - A_{l0}\tilde{\eta}(1)\right] \tag{D.7}$$

в случае $m = 0$. Принимая во внимание уравнения (D.1), (D.2) и (D.3), можно получить следующее алгебраическое уравнение для угла θ_0 последней открытой силовой линии на поверхности звезды

$$RN_R\left[\Omega R(1-\kappa)\frac{\theta_0^2}{2} - A_{lm}\theta_0^m\tilde{\eta}(1)\right]\left\{\frac{\Omega(1-\kappa)}{c}\right.$$
$$\left.+\frac{\tilde{\eta}(1)}{2c}l(l+1)A_{lm}\theta_0^m\right\} = \frac{1}{8}f^4(1)\theta_0^6 \tag{D.8}$$

в случае $m \neq 0$ и

$$\theta_{0|m=0} = \frac{2}{f(1)}\frac{\sqrt[4]{R}\sqrt{N_R}}{\sqrt[4]{2}}\left[\Omega R(1-\kappa) - A_{l0}\tilde{\eta}(1)\right]^{1/4}\left\{\frac{\Omega}{2cN_R}(1-\kappa)\right.$$
$$\left.+\frac{1}{4c}\frac{1}{N_R}\tilde{\eta}(1)l(l+1)A_{l0}\right\}^{1/4} \tag{D.9}$$

в случае $m = 0$.

Для случая чистых осцилляций мы имеем выражение

$$\theta_{0|m=0\ osc} = \sqrt[4]{\frac{2A_{l0}^2 l(l+1)N_R\tilde{\eta}^2(1)}{f^4(1)}}\ , \tag{D.10}$$

которое незначительно отличается от полученного в работе [91]

$$\theta_0 = 2N_R^{1/4}\left[\frac{\tilde{\eta}(1)A_{l0}^{(2)}}{f(1)}\right]^{1/2}\quad , \tag{D.11}$$

за счет другого разложения сферических гармоник $Y_{lm}(\theta,\phi) \approx A_{lm}^{(1)}(\phi)\theta^m + A_{lm}^{(2)}(\phi)\theta^{m+2}$ и другого определения B_0. В случае чистого вращения можно получить

$$\theta_{0\ |m=0\ rot} = \sqrt[4]{\frac{4N_R}{f^4(1)}\frac{\Omega^2R^2}{c^2}(1-\kappa)^2}\ . \tag{D.12}$$

E. Доказательство теоремы, генерирующей нестатические несферические решения уравнений Эйнштейна для черных дыр.

Выраженная в координатах Эддингтона, общая метрика плоско симметричного пространства-времени [152] выглядит следующим образом

$$ds^2 = -A(v,r)^2 f(v,r)\,dv^2 + 2\epsilon A(v,r)\,dv\,dr + \alpha^2 r^2(dx^2+dy^2). \tag{E.1}$$

Здесь $A(v,r)$ произвольная функция. Удобно ввести локальную функцию массы $m(v,r)$, определенную выражением $f(v,r) = 1-2m(v,r)/r$. Для $m(v,r) = m(v)$ и $A = 1$ метрика сводится к стандартной метрике Vaidya. Неисчезающие компоненты тензора Эйнштейна

$$G^v_r = \frac{2}{rA^2}\frac{\partial A}{\partial r}, \tag{E.2a}$$
$$G^r_v = \frac{1}{rA^2}\frac{\partial A}{\partial v} - \frac{2m}{r^2A^2}\frac{\partial A}{\partial v} + \frac{2}{r^2A}\frac{\partial m}{\partial v}, \tag{E.2b}$$
$$G^v_v = \frac{2m}{r^2A^2}\frac{\partial A}{\partial r} - \frac{1}{rA^2}\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2A} - \frac{2}{r^2A}\frac{\partial m}{\partial r}, \tag{E.2c}$$
$$G^r_r = \frac{1}{rA^2}\frac{\partial A}{\partial r} - \frac{2}{r^2A}\frac{\partial m}{\partial r} - \frac{2m}{r^2A^2}\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2A}, \tag{E.2d}$$
$$\begin{aligned} G^x_x = G^y_y = {}& \frac{m}{r^2A^2}\frac{\partial A}{\partial r} - \frac{1}{A^3}\frac{\partial A}{\partial v}\frac{\partial A}{\partial r} - \frac{1}{rA^2}\frac{\partial A}{\partial r}\frac{\partial m}{\partial r} - \frac{1}{2A^3}\left(\frac{\partial A}{\partial r}\right)^2 \\ & + \frac{m}{rA^3}\left(\frac{\partial A}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{A^2}\frac{\partial^2 A}{\partial v\partial r} + \frac{1}{2A^2}\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} - \frac{m}{rA^2}\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} - \frac{1}{rA}\frac{\partial^2 m}{\partial r^2}, \end{aligned} \tag{E.2e}$$

где $\{x^\alpha\} = \{v,\ r,\ x,\ y\}$. Мы рассмотрим частный случай $T^v_r = 0$, при котором уравнение (E.2a) даст $A(v,r) = g(v)$. Однако, вводя новые нулевые координаты $\overline{v} = \int g(v)dv$, мы всегда можем положить без потери общности $A(v,r) = 1$. Таким образом, метрика приобретает форму

$$ds^2 = -\left[1 - \frac{2m(v,r)}{r}\right]dv^2 + 2\epsilon dvdr + +\alpha^2 r^2(dx^2+dy^2). \tag{E.3}$$

Следовательно, всё интересующее нас семейство решений определяется одной функцией $m(v, r)$. Далее мы применим метод, схожий с методом Салгадо [35], который мы применяем в данной работе к нестатическому несферическому случаю. Впредь мы будем считать $\epsilon = 1$. Уравнения поля Эйнштейна имеют вид

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta} - 3\alpha^2 g_{\alpha\beta} = 8\pi T_{\alpha\beta}. \tag{E.4}$$

Комбинируя уравнения (E.2) и (E.4), мы имеем в случае, когда $\alpha \neq \beta$, $T^{\alpha}_{\beta} = 0$ за исключением ненулевого недиагонального члена T^r_v. Предположение, что $T^v_r = 0$ также подразумевает, что $G^v_v = G^r_r$, т.е. $T^v_v = T^r_r$. Таким образом тензор энергии импульса может быть записан как:

$$T^{\alpha}_{\beta} = \begin{pmatrix} T^v_v & 0 & 0 & 0 \\ T^r_v & T^r_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^x_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T^y_y \end{pmatrix}.$$

Применение закона сохранения $\nabla_\alpha T^{\alpha}_{\beta} = 0$ дает в результате следующие нетривиальные дифференциальные уравнения:

$$\frac{\partial T^r_r}{\partial r} = -\frac{2}{r}(T^r_r - T^x_x), \tag{E.5}$$

$$\frac{\partial T^v_v}{\partial v} = -\frac{\partial T^r_v}{\partial r} - \frac{2}{r}T^r_v. \tag{E.6}$$

Используя сделанное выше предположение, что $T^x_x = kT^r_r$, мы получаем следующее линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial T^r_r}{\partial r} = -\frac{2}{r}(1-k)T^r_r, \tag{E.7}$$

которое может быть легко проинтегрировано и решение получается в виде

$$T^r_r = \frac{C(v)}{r^{2(1-k)}}, \tag{E.8}$$

где $C(v)$ произвольная функция. Затем, используя предположение (iii), мы делаем вывод, что

$$T^\alpha_\beta = \begin{pmatrix} \frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 & 0 & 0 \\ T^r_v & \frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k\frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k\frac{C(v)}{r^{2(1-k)}} \end{pmatrix}.$$

Теперь, используя уравнения (E.2), (E.4) и (E.8), мы получаем $\partial m/\partial r = -4\pi C(v)/r^{-2k} - 3\alpha^2 r^2/2 + 1/2$, что тривиальным образом интегрируется в

$$m(v,r) = \begin{cases} \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) & \text{если } C(v) = 0, \\ \\ \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) - \frac{4\pi C(v)}{2k+1} r^{2k+1} & \text{если } C(v) \neq 0 \text{ и } k \neq -1/2. \\ \\ \frac{r}{2} - \frac{\alpha^2 r^3}{2} + M(v) - 4\pi C(v) \ln r & \text{если } C(v) \neq 0 \text{ и } k = -1/2. \end{cases} \tag{E.9}$$

Здесь произвольная функция $M(v)$ играет роль функции интегрирования. Остается вычислить только ненулевой недиагональный член T^r_v тензора энергии импульса. Из уравнения (E.2) и (E.4) можно получить уравнение

$$T^r_v = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial m}{\partial v}, \tag{E.10}$$

которое, с использованием уравнения (E.9), дает

$$T^r_v = \begin{cases} \frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial M}{\partial v} - \frac{1}{2k+1}\frac{\partial C}{\partial v} r^{2k-1} & \text{если } k \neq -1/2, \\ \\ \frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial M}{\partial v} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial C}{\partial v} \ln r & \text{если } k = -1/2. \end{cases} \tag{E.11}$$

Видно, что уравнение (E.6) удовлетворяется тождественно. Таким образом, теорема доказана.

Литература

[1] **Morozova V.S.**, Ahmedov B.J. and Kagramanova V.G. General Relativistic Effect of Gravitomagnetic Charge on Pulsar Magnetosphere and Particle Acceleration in a Polar Cap// in Abstract book of JENAM-2007, "Our non-stable Universe" 20-25 August, 2007 – Yerevan, Armenia, 2007. – P. 94.

[2] **Morozova V.S.**, Ahmedov B.J. and Kagramanova V.G. General Relativistic Effect of Gravitomagnetic Charge on Pulsar Magnetosphere and Particle Acceleration in a Polar Cap// Astrophys. J. – 2008. – Vol. **684**, – є 2. – P.1359-1365.

[3] **Morozova V.S.** and Ghosh S.G. Generating Non-spherical Radiating Black Hole Solutions// Mod. Phys. Lett. A. – 2008. – Vol. **23**. – P.1115-1127.

[4] Lammerzahl C., Ahmedov B., Dittus H. and **Morozova V.** Time and timing in gravitational fields// Proc. of the 1^{st} Colloquium Scientific and Fundamental Aspects of the Galileo Programme, 2008. – P.15.

[5] **Морозова В.С.**, Рахматов А.С., Мамаджанов А.И. Анизотропия скорости света в пространстве-времени Керр-Тауб-НУТ// *Тезисы докладов республиканской конференции молодых ученых* 2008. – НУУз, Ташкент, 2008. – С.

[6] **Морозова В.С.** Линия выключения радиоизлучения осциллирующих нейтронных звезд// *Материалы докладов II республиканской конференции молодых физиков Узбекистана* 25-26 ноября, 2008. – Ташкент, 2008. – С. 260-265.

[7] Ahmedov B.J. and **Morozova V.S.** Plasma Magnetosphere Formation Around Oscillating Magnetized Neutron Stars// Astrophysics and Space Science. – 2009. – Vol. **319**. – P.115-117.

[8] **Morozova V.S.** and Ahmedov B.J. Quantum Interference Effects in Slowly Rotating NUT Space-time// Int. J. Mod. Phys. D. – 2009. – Vol. **18**, – є 1. – P.107-118.

[9] **Morozova V.S.**, Ahmedov B.J. and Kagramanova V.G. Effect of Gravitomagnetic Charge on Pulsar Magnetospheric Structure and Particle Acceleration in a Polar Cap// in Abstract book of the *XXVIIth General Assembly of the International Astronomical Union* 3-14 August, 2009. – Rio de Janeiro, Brazil. – P. 237.

[10] Ahmedov B.J. and **Morozova V.S.** Plasma Magnetosphere Formation Around Oscillating Magnetized Neutron Stars// in Abstract book of the *XXVIIth General Assembly of the International Astronomical Union* 3-14 August, 2009. – Rio de Janeiro, Brazil. – P. 237.

[11] **Morozova V. S.**, Ahmedov B. J. and Zanotti O. General Relativistic Magnetospheres of Slowly Rotating and Oscillating Magnetized Neutron Stars// Preprint, Cornell University: Cornell. – 2010. – No. astro-ph/0021075. – P.1-13 [http://arxiv.org].

[12] **Morozova V.S.** and Ahmedov B.J. Electromagnetic Fields of Slowly Rotating Magnetized Stars in Braneworld // in Proceedings of the *Twelfth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, edited by T. Damour, R. T. Jantzen and R. Ruffini. – World Scientific, 2010. – 3 p.

[13] Duncan R.C. Global seismic oscillations in soft gamma repeaters // Astrophys. J. – 1998. – V. **498**. – P. L45.

[14] Israel G. L., Belloni T., Stella L., Rephaeli Y., Gruber D. E., Casella P., Dall'Osso S., Rea N., Persic M., Rothschild R. E. The Discovery of Rapid

X-Ray Oscillations in the Tail of the SGR 1806-20 Hyperflare // Astrophys. J. – 2005. – V. **628**. – P. L53-L56.

[15] Kramer M., Lyne A.G., O'Brien J.T., Jordan C. A., Lorimer D. R. A Periodically Active Pulsar Giving Insight into Magnetospheric Physics // Science. – 2006. – V. **312**. – P. 549-551.

[16] Lyne A. G., Intermittent pulsars // Neutron Stars and Pulsars, Astrophysics and Space Science Library. – Springer Berlin Heidelberg, 2009. – V. **357** – P. 67-72.

[17] Gurevich A.V., Istomin Ya. N. The energy loss of a rotating magnetized neutron star // Mon. Not. R. Astr. Soc. – 2007. – V. **377**. (N. 4). – P. 1663-1667.

[18] Zhang B., Gil J., Dyks J., On the origins of part-time radio pulsars // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2007. – V. **374**. – P. 1103-1107.

[19] Vaidya P.C. The External Field of a Radiating Star in General Relativity // Gen. Rel. Grav. – 1999. – V. **31**. – P. 119-120.

[20] Dadhich N., Ghosh S.G. Gravitational collapse of type II fluid in higher dimensional space-times // Phys. Lett D. – 2002. – V. **65**. – P. 127502.

[21] Overhauser A.W., Colella R. Experimental Test of Gravitationally Induced Quantum Interference // Phys. Rev. Lett. – 1974. – V. **33**. – P. 1237-1239.

[22] Colella R., Overhauser A.W., Werner S.A. Observation of Gravitationally Induced Quantum Interference // Phys. Rev. Lett. – 1975. – V. **34**. – P. 1472-1474.

[23] Nordström G. On the possibility of a unification of the electromagnetic and gravitational fields // Zeits. Phys. – 1914. – V. **15**. – P. 504-525.

[24] Randall L., Sundrum R. An alternative to compactification // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V. **83**(23). – P. 4690-4693.

[25] Maartens R. Brane-world gravity // Living Rev. Relativity. – 2004. – V. **7**. – P. 1-58.

[26] Dadhich N. K., Maartens R., Papodopoulos P., Rezania V. Black holes on the brane // Phys. Lett. B – 2000. – V. **487**. – P. 1-6.

[27] Pun C. S. J., Kovács Z., Harko T. Thin accretion disks onto brane world black holes // Phys. Rev. D – 2008. – V. **78**. – P. 084015.

[28] Ciufolini I., Wheeler J.A. *Gravitation and Inertia*. – Princeton University Press, 1993. – 497 p.

[29] Newman E., Tamburino L., Unti T. Empty-Space Generalization of the Schwarzschild Metric // J. Math. Phys. – 1963. – V. **4**. – P. 915-923.

[30] Dadhich N., Turakulov Z.Ya. The most general axially symmetric electrovac spacetime admitting separable equations of motion // Class. Quantum Grav. – 2002. – V. **19**. – P. 2765-2775.

[31] Hartle J.B., Thorne K.S. Slowly Rotating Relativistic Stars. II. Models for Neutron Stars and Supermassive Stars // Astrophys. J. – 1968. – V. **153**. – P. 807.

[32] Lynden-Bell D., Nouri-Zonoz M. Classical monopoles: Newton, NUT space, gravomagnetic lensing, and atomic spectra // Rev. Mod. Phys. – 1998. – V. **70**. – P. 427-445.

[33] Bini D., Cherubini C., Janzen R.T., Mashhoon B. Gravitomagnetism in the Kerr-Newman-Taub-NUT spacetime // Class. Quantum Grav. – 2003. – V. **20**. – P. 457-468.

[34] Manko V.S., Ruiz E. Physical interpretation of the NUT family of solutions // Class. Quantum Grav. – 2005. – V. **22**. – P. 3555-3560.

[35] Salgado M. A simple theorem to generate exact black-hole solutions // Class. Quantum Grav. – 2003. – V. **20**. – P. 4551-4566.

[36] Deutsch A.J. The Electromagnetic field of an idealized star in rigid rotation in vacuo // Ann. Astrophys. – 1955. – V. **1**. – P. 1-10.

[37] Ruffini R., Treves A. On a Magnetized Rotating Sphere // Astrophys. Lett. – 1973. – V. **13**. – P. 109-111.

[38] Ginzburg V. L., Ozernoy L. M. On gravitational collapse of magnetic stars // Zh. Eksp. Teor. Fiz.– 1964.– V.**47**.– 1030-1040.

[39] Anderson J.L., Cohen J.M. // Gravitational collapse of magnetic neutron stars Astrophys. Space Science. – 1970. – V. **9**. – P. 146-152.

[40] Petterson J.A. Stationary axisymmetric electromagnetic fields around a rotating black hole // Phys. Rev. D. – 1975. – V. **12**. – P. 2218-2225.

[41] Wasserman I., Shapiro S.L. Masses, radii, and magnetic fields of pulsating X-ray sources - Is the 'standard' model self-consistent // Astrophys. J. – 1983. – V. **265**. – P. 1036-1046.

[42] Muslimov A., Harding A.K. Toward the quasi–steady state Electrodynamics of a neutron star // Astrophys. J. – 1997. – V. **485**. – P. 735-746.

[43] Muslimov A.G., Tsygan A.T. General relativistic electric potential drops above pulsar polar caps // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 1992. – V. **255**. – P. 61-70.

[44] Rezzolla L., Ahmedov B.J., Miller J.C. General relativistic electromagnetic fields of a slowly rotating magnetized neutron star - I. Formulation of the equations // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2001. – V. **322**. – P. 723-740. ; Erratum – 2003 – V. **338**. – P. 816.

[45] Rezzolla L., Ahmedov B.J. and Miller J.C. Stationary electromagnetic fields of slowly rotating magnetized neutron star in general relativity.// Found. Phys.– 2001.– V.**31**, No.7.– P.1051-1065.

[46] Kojima Y., Matsunaga N., Okita T. Stationary electromagnetic fields in the exterior of a slowly rotating relativistic star: a description beyond the low-frequency approximation // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2004. – V. **348**(4). – P. 1388-1394.

[47] Gupta A., Mishra A., Mishra H., Prasanna A.R. Rotating compact objects with magnetic fields // Class. Quantum Grav. – 1998. – V. **15**. – P. 3131-3145.

[48] Prasanna A.R., Gupta A. Structure of external electromagnetic field around a slowly rotating compact object and charged-particle trajectories therein // Nuovo Cimento B. – 1997. – V. **112**(8). – P. 1089-1106.

[49] Geppert U., Page D., Zannias T. Magnetic field decay in neutron stars: Analysis of general relativistic effects // Phys. Rev. D. – 2000. – V. **61**. – P. 123004.

[50] Page D., Geppert U., Zannias T. General relativistic treatment of the thermal, magnetic and rotational evolution of isolated neutron stars with crustal magnetic fields // Astron. Astrophys. – 2000. – V. **360**. – P. 1052-1066.

[51] Zanotti O., Rezzolla L. General relativistic electromagnetic fields of a slowly rotating magnetized neutron star - II. Solution of the induction equations // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2002. – V. **331**(2). – P. 376-388.

[52] Maartens R. Cosmological dynamics on the brane // Phys. Rev. D – 2000. – V. **62**. – P. 084023.

[53] Campos A., Sopuerta C. F. Evolution of cosmological models in the brane-world scenario // Phys. Rev. D – 2001. – V. **63**. – P. 104012.

[54] Langlois D. Evolution of Cosmological Perturbations in a Brane-Universe // Phys. Rev. Lett. – 2001. – V. **86**. – P. 2212-2215.

[55] Harko T., Mak M. K. Viscous Bianchi type I universes in brane cosmology // Class. Quantum Grav. – 2003. – V. **20**. – P. 407-422.

[56] Iakubovskyi D., Shtanov Yu. Braneworld cosmological solutions and their stability // Class. Quantum Grav. – 2005. – V. **22**. – N. 12. – P. 2415-2432.

[57] Majumdar A. S., Mukherjee N. Braneworld Black Holes in Cosmology and Astrophysics // Int. J. Mod. Phys. D – 2005. – V. **14**. – P. 1095-1129.

[58] Gergely L. A. Brane-world cosmology with black strings // Phys. Rev. D – 2006. – V. **74**. – P. 024002.

[59] Maeda H., Sahni V., Shtanov Yu. Braneworld dynamics in Einstein-Gauss-Bonnet gravity // Phys. Rev. D. – 2007. – V. **76**. – N. 10. – P. 104028.

[60] Shtanov Yu., Viznyuk A., Granda L. N. Asymmetric Embedding in Brane Cosmology // Mod. Phys. Lett. A. – 2008. – V. **23**. – N. 12. – P. 869-878.

[61] Böhmer C.G., Harko T., Lobo F. S. N. Solar system tests of brane world models // Class. Quantum Grav. – 2008. – V. **25**. – P. 045015.

[62] Hackmann E., Kagramanova V., Kunz J., Lämmerzahl C. Analytic solutions of the geodesic equation in higher dimensional static spherically symmetric spacetimes // Phys. Rev. D – 2008. – V. **78**. – P. 124018.

[63] Mamadjanov A.I., Hakimov A.A., Tojiev S.R. Quantum Interference Effects in Spacetime of Slowly Rotating Compact Objects in Braneworld // Mod. Phys. Lett. A. – 2010. – V. **25**. – N. 4. – P. 243-256.

[64] Schee J., Stuchlík Z. Profiles of emission lines generated by rings orbiting braneworld Kerr black holes // Gen. Relativ. Gravit. – 2009. – V. **41**. – P. 1795-1818.

[65] Stuchlík Z., Kotrlová A. Orbital resonances in discs around braneworld Kerr black holes // Gen. Relativ. Gravit. – 2009. – V. **41**. – P. 1305-1343.

[66] Aliev A. N., Gümrükçüoğlu A. E. Charged rotating black holes on a 3-brane // Phys. Rev. D. – 2005. – V. **71**. – P. 104027.

[67] Abdujabbarov A.A., Ahmedov B. J. Test particle motion around a black hole in a braneworld // Phys. Rev. D. – 2010. – V. **81**. – N. 4. – P. 044022

[68] Ahmedov B. J., Fattoyev F. J. Magnetic fields of spherical compact stars in a braneworld // Phys. Rev. D – 2008. – V. **78**. – P. 047501.

[69] Konoplya R. A. Particle motion around magnetized black holes: Preston-Poisson space-time // Phys. Rev. D – 2006. – V. **74**. – P. 124015.

[70] Konoplya R. A. Magnetised black hole as a gravitational lens // Phys. Lett. B – 2007. – V. **644**. – P. 219-223.

[71] Aliev A.N., Frolov V.P. Five-dimensional rotating black hole in a uniform magnetic field: The gyromagnetic ratio // Phys. Rev. D. – 2004. – V. **69**. – P. 084022.

[72] Rezzolla L., Lamb F. K., Marcovic D., Shapiro S. L. Properties of r modes in rotating magnetic neutron stars. I. Kinematic secular effects and magnetic evolution equations // Phys. Rev. D. – 2001. – V. **64**. – P. 104013.

[73] Rezzolla L., Ahmedov B.J., Miller J.C. General relativistic electromagnetic fields of a slowly rotating magnetized neutron star - I. Formulation of the equations // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2001a. – V. **322**. – P. 723-740.; Erratum 338, 816 (2003)

[74] Rezzolla L., Ahmedov B.J. and Miller J.C. Stationary electromagnetic fields of slowly rotating magnetized neutron star in general relativity.// Found. Phys.– 2001b.– V.**31**, No.7.– P.1051-1065.

[75] Rezzolla L., Ahmedov B.J. Electromagnetic fields in the exterior of an oscillating relativistic star - I. General expressions and application to a rotating magnetic dipole // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2004. – V. **322**. – P. 1161-1179.

[76] Ravenhall D.G., Pethick C.J. Neutron star moments of inertia // Astrophys. J. – 1994. – V. **424**. – N. 2. – P. 846-851.

[77] Abdujabbarov A. A., Ahmedov B. J., Kagramanova V. G. Particle motion and electromagnetic fields of rotating compact gravitating objects with gravitomagnetic charge // Gen. Rel. Grav. – 2008. – V. **40**. – P. 2515-2532.

[78] Kamke E. Differential Gleichungen Lösungsmethoden und Lösungen. – Leipzig, 1959. – 565 p.

[79] Goldreich P., Julian W. H. Pulsar Electrodynamics // Astrophys. J. – 1969. – V. **157**. – P. 869.

[80] Sturrock P. A. A Model of Pulsars // Astrophys. J. – 1971. – V. **164**. – P. 529.

[81] Mestel L. Pulsars - Oblique rotator model with dense magnetosphere // Nature. – 1971. – V. **233**. – P. 149.

[82] Ruderman M., Sutherland P. G. Theory of pulsars - Polar caps, sparks, and coherent microwave radiation // Astrophys. J. – 1975. – V. **196**. – P. 51-72.

[83] Arons J., & Scharlemann E. T. Pair formation above pulsar polar caps - Structure of the low altitude acceleration zone // Astrophys. J. – 1979. – V. **231**. – P. 854-879.

[84] Arons J. General Relativistic Polar Particle Acceleration and Pulsar Death // Neutron Stars and Pulsars : Thirty Years after the Discovery : Proceedings of the International Conference on Neutron Stars and Pulsars held on November 17-20, 1997, at Tachikawa Hall, Rikkyo University, Tokyo, Japan. – 1998. – P.339.

[85] Zhu T., Ruderman M. Pulsed E plus or minus Annihilation gamma - Ray Line from a Crab-like Pulsar // Astrophys. J. – 1997. – V. **478**. – P. 701.

[86] Beskin, V. S. 2009, MHD Flows in Compact Astrophysical Objects: Accretion, Winds and Jets. Extraterrestrial Physics & Space Sciences. Springer. – 2009.

[87] Beskin V.S. General relativity effects on electrodynamic processes in radio pulsars // Soviet Astron. Lett. – 1990. V. **16**. – P. 286-289.

[88] Muslimov A.G., Tsygan A.T. Influence of general relativity effects on electrodyanmics in the vicinity of a magnetic pole of a neutron star // Soviet Astr. – 1990. – V. **34**. – P. 133-137.

[89] Mofiz U. A., Ahmedov B. J. Plasma Modes along the Open Field Lines of a Neutron Star // Astrophys. J. – 2000. – V. **542**. – P. 484-492.

[90] Timokhin A. N., Bisnovatyi-Kogan G. S., Spruit H. C. The magnetosphere of an oscillating neutron star. Non-vacuum treatment // Mon. Not. R. Astr. Soc. – 2000. – V. **316** – P. 734-748.

[91] Abdikamalov E. B., Ahmedov B. J., Miller J. C. The magnetosphere of oscillating neutron stars in general relativity // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2009. – V. **395**. (N. 10). – P. 443-461.

[92] Kaspi V. M., Roberts M. S. E., Harding A. K. Isolated neutron stars // In: Compact stellar X-ray sources. Edited by Walter Lewin & Michiel van der Klis. Cambridge Astrophysics Series, No. 39. Cambridge. – 2006. – P. 279-339.

[93] Arons J. Pulsars: Progress, Problems and Prospects // arXiv:0708.1050v1 [astro-ph] – 2007.

[94] Unno W., Osaki Y., Ando H., Sato H., Shibahashi H. Nonradial Oscillations of Stars // In: Nonradial oscillations of stars, Tokyo: University of Tokyo Press, 2nd ed. – 1989.

[95] Timokhin A. N. Impact of neutron star oscillations on the accelerating electric field in the polar cap of pulsar // Astrophys. Space Science. – 2007. – V. **308**. – P. 345-351.

[96] Beloborodov A. M. Polar-Cap Accelerator and Radio Emission from Pulsars // Astrophys. J. – 2007. – V. **683**. – P. L41-L44.

[97] Sakai N., Shibata S. General Relativistic Electromagnetism and Particle Acceleration in a Pulsar Polar Cap // Astrophys. J. – 2003. – V. **584**. – P. 427-432.

[98] Erber T. High-Energy Electromagnetic Conversion Processes in Intense Magnetic Fields // Rev. Mod. Phys. – 1966. – V. **38**. – P. 626-659.

[99] Manchester R. N., Taylor J. H. Pulsars. – San Francisco.: Freeman, 1977. – 281 p.

[100] Medin Z., Lai D. Condensed surfaces of magnetic neutron stars, thermal surface emission, and particle acceleration above pulsar polar caps // Mon. Not. R. Astr. Soc. – 2007. – V. **382**. – P. 1833-1852.

[101] Chen K., Ruderman M. A. Pulsar death lines and death valley // Astrophys. J. – 1993. – V. **402**. – P. 264-270.

[102] Rudak B., Ritter H. The Line of Death - the Line of Birth // Mon. Not. R. Astr. Soc. – 1994. – V. **267**. – P. 513.

[103] Muslimov A. G., Harding A. K. Pulsar Polar Cap Heating and Surface Thermal X-Ray Emission. II. Inverse Compton Radiation Pair Fronts // Astrophys. J. – 2002. – V. **568**. – P. 862-877.

[104] Qiao G. J., Xue Y. Q., Zhang B., Xu R. X., Ye F. F., Wang H. G. A Re-investigation to the Death Line of Radio Pulsars //High Energy Processes and Phenomena in Astrophysics, Proceedings of the 214th Symposium of the International Astronomical Union held at Suzhou, China, 6-10 August, 2002. Edited by X.D. Li, V. Trimble, and Z.R. Wang. Published on behalf of the IAU by the Astronomical Society of the Pacific, 2003., p.171

[105] Zhang B., Harding A. K., Muslimov A. G. Radio Pulsar Death Line Revisited: Is PSR J2144-3933 Anomalous? // Astrophys. J. – 2000. – V. **531**. – P. L135-L138.

[106] Zhang B., Harding A. K., Muslimov A. G. Radio Pulsar Death Line Revisited: Is PSR J2144-3933 Anomalous? // Bulletin of the American Astron. Society. – 1999. – V. **32**. – P. 880.

[107] Kantor E. M., Tsygan A. I. The Death Lines of Radio Pulsars for Dipolar and Asymmetric Magnetic Fields // Astronomy Reports. – 2004. – V. **48**. – N. 12. – P. 1029-1036.

[108] Jones P. B. Pair creation in radio pulsars - The return-current mode changes and normal-null transitions // Mon. Not. R. Astr. Soc. – 1986. – V. **222**. – P. 577-591.

[109] McDermott P. N., Savedoff M. P, Van Horn H. M., Zweibel E. G., Hansen C. J. Electromagnetic damping of neutron star oscillations // Astrophys. J. – 1984. – V. **281**. – P. 746-750.

[110] Muslimov A., Tsygan A. I. Electric fields induced by a rotating neutron star in a vacuum with allowances for general relativity effects // Astronomicheskii Zhurnal. – 1986. – V. **63**. – P. 958-964.

[111] Strohmayer T. E., Watts A. L. Discovery of Fast X-Ray Oscillations during the 1998 Giant Flare from SGR 1900+14 // Astrophys. J. – 2005. – V. **632**. – P. L111-L114

[112] Watts A. L., Strohmayer T. E. Detection with RHESSI of High-Frequency X-Ray Oscillations in the Tailof the 2004 Hyperflare from SGR 1806-20 // Astrophys. J. – 2006. – V. **637**. – P. L117-L120.

[113] Watts A. L., Strohmayer T. E. High frequency oscillations during magnetar flares // Astrophys. Space Science. – 2007a. – V. **308**. – P. 625-629.

[114] Watts A. L., Strohmayer T. E. Neutron star oscillations and QPOs during magnetar flares // Adv. Space Res. – 2007b. – V. **40**. – P. 1446-1452.

[115] Бескин В.С. Осесимметричные стационарные течения в астрофизике. – М.: Физматлит, 2005. – 312 с.

[116] Rizzi G., Ruggiero M.L. in *Relativity in Rotating Frames*, eds. G. Rizzi and M.L. Ruggiero, in the series "Fundamental Theories of Physics Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (2004), gr-qc/0305084.

[117] Rizzi G., Ruggiero M.L. The Sagnac Phase Shift Suggested by the Aharonov-Bohm Effect for Relativistic Matter Beams // Gen. Rel. Grav. – 2003. – V. **35**. – P. 1745-1760.

[118] Ruggiero M.L. The Sagnac effect in curved space-times from an analogy with the Aharonov-Bohm effect // Gen. Rel. Grav. – 2005. – V. **37**. – P. 1845-1855.

[119] Arifov L.Ya., Bespalova N.S. On the problem of clock synchronization in general relativity. // Zh. Exp. Teor. Fiz. – 1970. – V. **58**. – P. 568-572.

[120] Arifov L.Ya. Одновременность, время и пространство в теории относительности // Доклады АН СССР. – 1973. – Т. **210**. – С. 1320-1322.

[121] Page L.A. Effect of Earth's Rotation in Neutron Interferometry // Phys. Rev. Lett. – 1975. – V. **35**. – P. 543.

[122] Werner S.A., Staudenmann J.-L., Colella R. Effect of Earth's Rotation on the Quantum Mechanical Phase of the Neutron // Phys. Rev. Lett. – 1979. – V. **42**. – P. 1103-1106.

[123] Mashhoon B., Hehl F.W., Theiss D.S. On the gravitational effects of rotating masses - The Thirring-Lense Papers // Gen. Rel. Grav. – 1984. – V. **16**. – P. 711-750.

[124] Kuroiwa J., Kasai M., Futamase T. A treatment of general relativistic effects in quantum interference // Phys. Lett. A. – 1993. – V. **182**. – P. 330-334.

[125] Audretsch J., Lämmerzahl C. Neutron interference: general theory of the influence of gravity, inertia and space-time torsion // J. Phys. A. – 1983. – V. **16**. – N. 11. – P. 2457-2477.

[126] Mashhoon B. Neutron interferometry in a rotating frame of reference // Phys. Rev. Lett. – 1988. – V. **61**. – P. 2639-2642.

[127] Anandan J., Chiao R.Y. Gravitational radiation antennas using the Sagnac effect // Gen. Rel. Grav. – 1982. – V. **14**. – P. 515-521.

[128] Kagramanova V.G., Kunz J., Lämmerzahl C. Charged particle interferometry in PlebańskiЏDemiański black hole spacetimes // Class. Quantum Grav. – 2008. – V. **25**. – P. 105023.

[129] Rahvar S., Habibi F. Possibility of magnetic mass detection by the next generation of microlensing experiments // Astrophys. J. – 2004. – V. **610**. – P. 673-678.

[130] Kiselev V.V. Quintessence and black holes // Class. Quantum Grav. – 2003. – V. **20**. – P. 1187-1197.

[131] Giambó R. Anisotropic generalizations of de Sitter spacetime // Class. Quantum Grav. – 2002. – V. **19**. – P. 4399-4404.

[132] Dymnikova I. The cosmological term as a source of mass // Class. Quantum Grav. – 2002. – V. **19**. – P. 725-739.

[133] Gallo E. Letter: Generating Static Black Holes in Higher Dimensional Space-Times // Gen. Rel. Grav. – 2004. – V. **36**. – P. 1463-1471.

[134] Kormendy J. et al. Hubble Space Telescope Spectroscopic Evidence for a $1 \times 10^9 M_\odot$ Black Hole in NGC 4594 // Astrophys. J. Lett. – 1996. – V. **473**. – P. L91.

[135] Hawking S.W., Ellis G.F.R. The Large Scale Structure of Space-time. – Cambridge.: Cambridge University Press, 1973. – 391 p.

[136] Hawking S. W. Black holes in general relativity // Commun. Math. Phys. – 1972. – V. **25**. – P. 152-166.

[137] Friedmann J. L., Schleich K., Witt D. M. Topological censorship // Phys. Rev. Lett. – 1993. – V. **71**. – P. 1486-1489.

[138] Friedmann J. L., Schleich K., Witt D. M. Topological Censorship // Phys. Rev. Lett. – 1995. – V. **75**. – P. 1872.

[139] Mann R. B. Pair production of topological anti-de Sitter black holes // Class. Quantum Grav. – 1997. – V. **14**. – P. L109-L114.

[140] Brill D. R. Multi-black-holes in 3D and 4D anti-de Sitter spacetimes // Helv. Phys. Acta – 1996. – V. **69**. – P. 249-252.

[141] Lemos J. P. S. Two-dimensional black holes and planar general relativity // Class. Quantum Grav. – 1995. – V. **12**. – P. 1081-1086.

[142] Lemos J. P. S. Three dimensional black holes and cylindrical general relativity // Phys. Lett. B. – 1995. – V. **353**. – P. 46-51.

[143] Lemos J. P. S., Zanchin V. T. Rotating charged black strings and three-dimensional black holes // Phys. Rev. D. – 1996. – V. **54**. – P. 3840-3853.

[144] Cai R. G., Zhang Y. Z. Black plane solutions in four-dimensional spacetimes // Phys. Rev. D. – 1996. – V. **54**. – P. 4891-4898.

[145] Parentani R. Quantum metric fluctuations and Hawking radiation // Phys. Rev. D. – 2001. – V. **63**. – P. 041503.

[146] Hu B.L., Verdaguer E. Stochastic Gravity: Theory and Applications // Living Rev. Relativity. – 2004. – V. **7**. – P. 3.

[147] Barriola M., Vilenkin A. Gravitational field of a global monopole // Phys. Rev. Lett. – 1989. – V. **63**. – P. 341-343.

[148] Harko T., Chang K.S. Collapsing strange quark matter in Vaidya geometry // Phys. Lett. A. – 2000. – V. **266**. – P. 249-253.

[149] Ghosh S.G., Dadhich N. Naked singularities in higher dimensional Vaidya space-times // Phys. Rev. D. – 2001. – V. **64**. – P. 047501

[150] Glass E.N., Krisch J.P. Radiation and string atmosphere for relativistic stars // Phys. Rev. D. – 1998. – V. **57**. – P. 5945-5947.

[151] Ghosh S.G., Saste N.N. Gravitational Collapse of Spherical String Fluids // Int. J. Mod Phys. D. – 2004. – V. **13**. – P. 263-272.

[152] Barrabes C., Israel W. Thin shells in general relativity and cosmology: The lightlike limit // Phys. Rev. D. – 1991. – V. **43**. – P. 1129-1142.